

中学1年数学 やみたけ塾

本書は YouTube 「やみたけ塾」 で使用する中学1年数学オリジナルの教材です。数学が苦手な人でも直感的に分かるように無駄な言葉を極限まで削り落とし、見て分かる図解や、基本から応用まで様々な難易度の問題を用意しました！！

■ 学習の基本サイクル

要点の解説（ルールと公式）

各単元の冒頭では、各回の重要な点を枠で囲んで示しています。重要な点だけでなく、間違いやすいポイントや一目見て分かる図をたくさん入れており、大切な基礎を確実に習得できるような構成にしました。



例題で解き方をマスター

それぞれの単元に対し「例題」が用意されています。基本から標準レベルの内容を用意しています。数学が苦手な人でもまずは自分なりに考えて解くことで少しずつ数学力が上がっていくので、必ずすべての問題に挑戦しましょう。



章末の「テスト対策」で実力アップ

各章の最後には、定期テストや入試問題でよく出る形式の厳選問題を集めた「テスト対策」があります。テストで高得点を取るためには思考力の必要な問題を解く必要があります。基本から応用まで、ここで実力を確認しましょう。

目次

第1章 正負の数

| | |
|-------------|-----|
| 1-1 正の数と負の数 | p3 |
| 1-2 数直線と絶対値 | p4 |
| 1-3 加法と減法 | p5 |
| 1-4 乗法と除法 | p6 |
| 1-5 累乗 | p7 |
| 1-6 四則演算 | p8 |
| 1-7 素因数分解 | p9 |
| 1-8 正負の数の応用 | p10 |
| 正負の数 テスト対策 | p11 |

第2章 文字式

| | |
|--------------|-----|
| 2-1 文字式のルール | p13 |
| 2-2 項と係数・同類項 | p14 |
| 2-3 代入と分配法則 | p15 |
| 2-4 様々な計算 | p16 |
| 2-5 文字式と数量 | p17 |
| 2-6 等式 | p18 |
| 2-7 不等式 | p19 |
| 2-8 規則性 | p20 |
| 文字式 テスト対策 | p21 |

第3章 方程式

| | |
|-------------------|-----|
| 3-1 方程式とは | p23 |
| 3-2 方程式の解き方 | p24 |
| 3-3 複雑な方程式の処理 | p25 |
| 3-4 方程式の文章題（基本編） | p26 |
| 3-5 方程式の文章題（売買編） | p27 |
| 3-6 方程式の文章題（食塩水編） | p28 |
| 3-7 方程式の文章題（増減編） | p29 |
| 3-8 方程式の文章題（速さ編） | p30 |
| 3-9 方程式の文章題（過不足編） | p31 |
| 方程式 テスト対策 | p32 |

第4章 関数

| | |
|-----------------|-----|
| 4-1 関数とは | p34 |
| 4-2 座標 | p35 |
| 4-3 比例 | p36 |
| 4-4 グラフ・式の決定の応用 | p37 |
| 4-5 比例の応用 | p38 |
| 4-6 反比例 | p39 |
| 4-7 反比例の応用 | p40 |
| 4-8 座標と図形 | p41 |
| 関数 テスト対策 | p42 |

第5章 平面図形

| | |
|------------|-----|
| 5-1 図形の基本 | p44 |
| 5-2 円と接線 | p45 |
| 5-3 図形の移動 | p46 |
| 5-4 作図とは | p47 |
| 5-5 様々な作図 | p48 |
| 5-6 作図の応用 | p49 |
| 5-7 おうぎ形 | p50 |
| 平面図形 テスト対策 | p51 |

第6章 空間図形

| | |
|--------------|-----|
| 6-1 様々な空間図形 | p53 |
| 6-2 空間の位置関係 | p54 |
| 6-3 平面が定まる条件 | p55 |
| 6-4 投影図と回転体 | p56 |
| 6-5 体積 | p57 |
| 6-6 展開図と表面積 | p58 |
| 6-7 立体の切断 | p59 |
| 空間図形 テスト対策 | p60 |

第7章 データの活用

| | |
|-----------------|-----|
| 7-1 度数分布表 | p62 |
| 7-2 ヒストグラム | p63 |
| 7-3 平均値・中央値・最頻値 | p64 |
| 7-4 統計的確率 | p65 |
| データの活用 テスト対策 | p66 |

第1章 正負の数

1-1 正の数と負の数

正の数：0 より大きい数。符号「+」をつける。 ※「+」はプラスと読む。

負の数：0 より小さい数。符号「-」をつける。 ※「-」はマイナスと読む。

「+」は省略できる。正負の数の間は省略しないが、それ以降は基本省略する。

・反対の意味を持つ言葉

符号と言葉を反対にすれば同じ意味を作ることができる。

例) +5 分前 と -5 分後 は同じ意味。

整数：..., -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, ...

自然数：+1, +2, +3, ... (正の整数)

※ 0 は整数だが、正の数・負の数・自然数ではないことに注意！

例題1 以下の数字について、次の問いに答えなさい。

$$+3, -0.5, 0, 1, -\frac{9}{5}$$

(1) 負の数をすべて選びなさい。

(2) 自然数をすべて選びなさい。

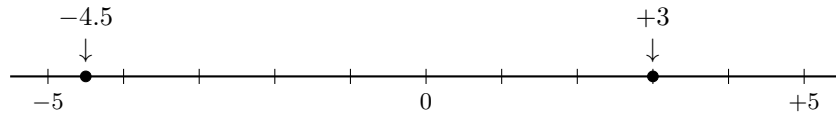
例題2 次の問いに答えなさい。

(1) 200 円の収入を +200 円と表すとき、500 円の支出はどのように表されるか？

(2) 「-2 kg の増加」を、正の数を使って同じ意味になるように書きなさい。

1-2 数直線と絶対値

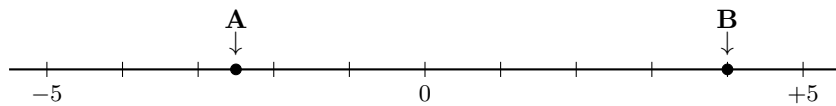
数直線：下のような線。0 に対応する点を**原点**といい、それより右が正の数、左が負の数。



数直線の右にある数ほど大きい。例) $+3 > +2$ $-3 < -2 < -1$

絶対値：原点からの距離。数字の値に対応する。例) -4 の絶対値は 4

例題 3 次の問いに答えなさい。



- (1) 上の数直線で、点 A, B に対応する数を答えなさい。
- (2) 点 C : -2 , 点 D : $+1.5$ に対応する点を数直線上に書きなさい。
- (3) A, B, C, D の数の大小を不等号を用いて表しなさい。

例題 4 次の問いに答えなさい。

- (1) $-\frac{11}{3}$ の絶対値を答えなさい。
- (2) 絶対値が 6 になる数をすべて答えなさい。
- (3) 絶対値が 3 以上 5 未満の整数をすべて答えなさい。

1-3 加法と減法

加法：たし算のこと（計算結果 → 和）

減法：ひき算のこと（計算結果 → 差）

• 符号のルール（かっこ外し）

$+(+○) = +○$ $-(-○) = +○$ （同じ符号なら +） 例) $+(+2) = +2$, $-(-2) = +2$

$+(-○) = -○$ $-(+○) = -○$ （違う符号なら -） 例) $+(-2) = -2$, $-(+2) = -2$

• 計算のやり方

同符号の計算 → 符号はそのまま、数字を足す。

例) $-4 - 5 = -(4 + 5) = -9$

異符号の計算 → 数字が大きい方の符号を書き、数字を引く。

例) $-4 + 5 = +(5 - 4) = +1$

例題 5 次の計算をなさい。

(1) $(-11) + (+7)$

(2) $(-25) - (-18)$

(3) $0 - (-3.4)$

(4) $-\frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{4}\right)$

(5) $-7 + (-3) - (-5)$

(6) 2 より 5 小さい数を求めなさい。

(7) 絶対値が 3 である負の数と、絶対値が 7 である正の数の和を求めなさい。

1-4 乗法と除法

乗法：かけ算のこと（計算結果 → 積） **除法**：わり算のこと（計算結果 → 商）

※数字部分はそのままかけ算 or 割り算する。符号に注意！

・符号のルール

負の符号 (-) の個数が **奇数個** → 答えは - 例) $(-2) \times (-3) \times (-4) = -24$

負の符号 (-) の個数が **偶数個** → 答えは + 例) $(-2) \times (-3) \times 4 = 24$

・計算の法則

交換法則： $a \times b = b \times a$ （順番の入れ替え OK）

結合法則： $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ （まとめ方の変更 OK）

※ 加法・乗法には適用できるが、**減法・除法には適用できないので注意!**

・除法のポイント

わり算は、後ろの数を **逆数** にして **かけ算** に直して計算。

例) $(-8) \div 2 = (-8) \times \frac{1}{2} = -4$

例題 6 次の計算をなさい。

(1) $8 \times (-3)$

(2) $(-16) \div (-8)$

(3) $25 \times (-83) \times (-4)$

(4) $\left(-\frac{12}{5}\right) \div \left(-\frac{8}{15}\right) \times \left(-\frac{4}{9}\right)$

例題 7 次の計算の「間違い」を説明し、正しく計算しなさい。

式： $(-16) \div 6 \div 2 = (-16) \div 3 = -\frac{16}{3}$

1-5 累乗

累乗：同じ数をいくつかがけたもの（右上の小さな数字を **指数** という）

計算方法 → 指数の数字回だけ左下の数をかける！

例) $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ （右上の 3 が指数）

・符号の注意点

かっこ **あり** $(-1)^2 = (-1) \times (-1) = +1$ （全体を 2 回かける）

かっこ **なし** $-1^2 = -(1 \times 1) = -1$ （数字だけを 2 回かける）

・特別な呼び方

指数が 2 → **平方** （2 乗）

指数が 3 → **立方** （3 乗）

例題 8 次の計算をなさい。

(1) 4^3

(2) $(-3)^3$

(3) -0.8^2

(4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$

(5) $-(-3)^2 \times \frac{1}{2^3}$

1-6 四則演算

加減乗除 (+, -, ×, ÷) と累乗が混じった計算のルール。

・計算の順序

累乗 指数の計算を最優先する。

↓

かっこの中 () 内を先に計算する。

↓

乗法・除法 かけ算・わり算を左から行う。

↓

加法・減法 たし算・ひき算を最後に行う。

例)

$$5 + \underline{(-2)^3} \times (10 - 7) \div 6$$

$$= 5 + (-8) \times \underline{(10 - 7)} \div 6$$

$$= 5 - \underline{8 \times 3} \div 6$$

$$= \underline{5 - 4}$$

$$= 1$$

累乗

かっこの中

×÷

+ -

途中式をしっかりと書けば計算ミスが減らせる！！

例題 9 次の計算をなさい。

(1) $5 + (-3) \times 4$

(2) $12 \div (-2)^2 - 7$

(3) $4 \times \{5 - (-3 + 8)\}$

(4) $10 - (-3)^2 \times \frac{1}{3}$

(5) $6 - \{2 - (-4)^2\} \div 7$

(6) $\{(-2)^3 - 2^2 \times (-3)\} \div \left(-\frac{2}{3}\right)^2$

1-7 素因数分解

素数：1 とその数自身でしかわれない自然数のこと

(特徴 → **約数が 2 個だけ**。1 は素数に含まない！)

• **20 以下の素数** ※これらは覚えるくらい問題を解こう！

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

• **素因数分解**

自然数を **素数の積** の形に分けること。

やり方 → 小さな素数 (2, 3, 5 ...) で順に割っていき、最後は **累乗** を使って表す。

例) $12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

例題 10 次の数を素因数分解しなさい。

(1) 60

(2) 294

例題 11 24 にできるだけ小さい自然数をかけて、ある自然数の平方 (2 乗) にしたい。どのような自然数をかければよいか求めなさい。

例題 12 ある素数の約数の和が 80 であった。この素数を求めなさい。

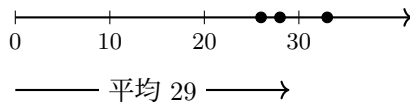
1-8 正負の数の応用

・平均の公式

$$\text{平均} = \frac{\text{合計}}{\text{個数}} = \text{基準} + (\text{基準との違いの平均})$$

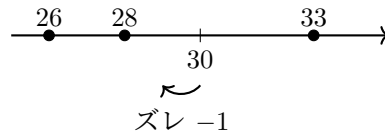
例) 26, 28, 33 の 3 つの数の平均を考える。

0 を基準とした場合 ...



$$\frac{26 + 28 + 33}{3} = \frac{87}{3} = 29$$

30 を基準とした場合 ...



$$30 + \frac{(-4) + (-2) + (+3)}{3} = 30 - 1 = 29$$

例題 13 下の表は、あるクラスの生徒 5 人のシャトルランの回数を、80 回を基準として、それより多い場合を正の数、少ない場合を負の数で表したものである。5 人の回数の平均を求めなさい。

| 生徒 | A | B | C | D | E |
|--------|----|----|----|----|----|
| 基準との違い | +4 | -6 | -1 | +9 | -1 |

例題 14 下の表は、闇タケノコの 1 週間の YouTube 視聴回数について、前日の視聴回数を基準として、それより多い場合を正の数、少ない場合を負の数で表したものである。水曜日の視聴回数が 60 回であったとき、この 1 週間の視聴回数の平均を求めなさい。

| 曜日 | 月 | 火 | 水 | 木 | 金 | 土 | 日 |
|--------|---|-----|-----|-----|-----|----|-----|
| 前日との違い | — | -20 | +15 | -10 | +25 | -5 | +20 |

正負の数 テスト対策

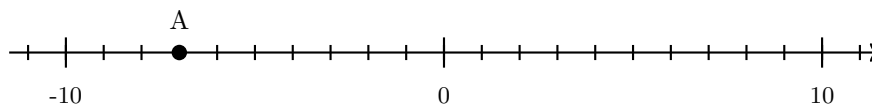
【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 「-300 円の収入」を反対の符号を用いて、同じ意味になるように表しなさい。

(2) 絶対値が 2.5 以上 5 未満の整数はいくつあるか求めなさい。

(3) 105 を素因数分解しなさい。

(4) 以下の数直線上で、点 A に対応する値を答えなさい。また、-3 に対応する点 B を数直線上に書き込みなさい。



(5) 次の計算をしなさい。

(a) $-8 - (-5)$

(b) $(-3)^2 \times (-2)$

(c) $7 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 16 \div 2^3$

(d) $(-1)^{100}$

(e) $(-1) + 2 + (-3) + 4 + (-5) + \cdots + (-99) + 100$

【2】 $a > 0, b < 0, c < 0$ のとき、次の式の値は正の数か負の数か答えなさい。

(1) $b + c$

(2) $a^2 + b^2 + c^2$

【3】 60 をできるだけ小さい自然数で割って、計算結果をある自然数の平方（2乗）にしたい。どのような自然数で割ればよいか求めなさい。

【4】 以下のマス目において、縦、横、斜めに並んでいる数の和がどこも等しくなるようにしたい。空欄にあてはまる数を書きなさい。

| | | |
|---|----|----|
| 0 | | |
| | -1 | |
| | 3 | -2 |

【5】 身近な生活の中で、負の数が使われている例を1つ挙げなさい。

第2章 文字式

2-1 文字式のルール

文字式：アルファベットなどの文字を含む式 例) $2a$, $-4p+5$, x^2
文字を使った式では次のルールに従う。

1. \times をはぶく 文字と数、文字と文字の間の \times は書かない。
例) $5 \times a = 5a$ $x \times y = xy$
2. \div は分数にする わり算は \div を使わず、分数の形で書く。
例) $a \div 5 = \frac{a}{5}$ $(x+y) \div 3 = \frac{x+y}{3}$
3. 符号・数字・文字の順 数と文字の積では、数を文字の前に書く。
例) $b \times (-3) = -3b$
4. アルファベット順 文字はアルファベット順に並べる。
例) $y \times x \times a = axy$
5. 「1」は省略する 1 や -1 と文字の積では、1 をはぶく。
例) $1 \times x = x$ $a \times (-1) = -a$
6. 累乗の形にする 同じ文字の積は、指数の形にする。
例) $x \times x \times y = x^2y$

例題1 次の式を、文字式の表し方のルールにしたがって書きなさい。

(1) $x \times (-8)$

(2) $y \times 1 \times x$

(3) $a \times a \div b$

(4) $(a-b) \div 4$

(5) $(a-b) \times (a-b)$

例題2 次の式を、 \times や \div の記号を使って表しなさい。

(1) $5ab$

(2) $\frac{x-y}{2}$

2-2 項と係数・同類項

項：符号・数字・文字のセット

係数：項の中の、符号・数字部分

同類項：文字の部分が同じ項

※ 同類項どうしは加減ができる！

※ a^2 と a は別の文字として扱う！

・計算方法

文字はそのまま、数字の足し引き。

例) $3a - b + \frac{c}{4} + 1$

項： $3a, -b, \frac{c}{4}, 1$

係数： a は 3、 b は -1 、 c は $\frac{1}{4}$

例) $5x + 2x = (5 + 2)x = 7x$

$x - 8 + 2x + 3 = 3x - 5$

例題 3 次の式の項と、文字の係数を答えなさい。

(1) $5x - 3y$

(2) $a - \frac{b}{4} + 1$

例題 4 次の式のと類項をまとめなさい。

(1) $7x - 4x + x$

(2) $3a - 5 - 8a + 2$

(3) $x^2 + 5x - 3x^2 - 2x$

2-3 代入と分配法則

代入：文字に数字を入れること

※ 負の数を代入するときは () をつける！

例) $a = -2$ のとき

$$3a = 3 \times (-2) = -6$$

$$a^2 = (-2)^2 = 4$$

分配法則：以下のような法則

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

$$(a - b) \div c = a \div c - b \div c$$

例) $-3(2x - 5) = -6x + 15$

$$(8x - 4) \div 4 = 2x - 1$$

例題 5 $x = -2$, $y = 3$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(1) $-2x$

(2) $x - 2y$

(3) $(x + y)^3$

例題 6 次の計算をなさい。

(1) $-3a + 2(4a - 1)$

(2) $-2(a + 2b) + (b - 3a)$

2-4 様々な計算

・筆算による計算

同類項を縦に並べて計算する。引き算は符号を変えて足し算にする。

足し算の場合 ...

$$\begin{array}{r} 2x + 4y \\ +) -5x + 2y \\ \hline -3x + 6y \end{array}$$

引き算の場合 ...

$$\begin{array}{r} -3x + 9y \\ -) 2x - 2y \\ \hline -5x + 11y \end{array}$$

・分数の計算 (通分)

例) $\frac{2a-5}{3} - \frac{3a+1}{2}$

$$= \frac{2(2a-5)}{6} - \frac{3(3a+1)}{6} \quad \text{※ 分子全体を () でくくる!}$$

$$= \frac{2(2a-5) - 3(3a+1)}{6} = \frac{4a - 10 - 9a - 3}{6} = \frac{-5a - 13}{6}$$

例題 7 次の計算をなさい。

(1) $\begin{array}{r} -2m + 3n \\ +) 5m - n \\ \hline \end{array}$

(2) $\begin{array}{r} a - 2b \\ -) 2a - 2b \\ \hline \end{array}$

例題 8 次の計算をなさい。

(1) $\frac{-x+2y}{4} + \frac{y-x}{2}$

(2) $\frac{3a-2b}{5} - \frac{-3a+b}{2}$

2-5 文字式と数量

・数量や割合の表し方

代金 = 値段 \times 個数

おつり = 払った金額 - 代金

x の a 割 $\rightarrow x \times \frac{a}{10}$

x の y % $\rightarrow x \times \frac{y}{100}$

※「～引き」は、残りの割合を考える！

・整数の表し方 (n は整数)

2桁の整数： $10a + b$ (十の位 a 、一の位 b)

連続する2つの整数： $n, n + 1$

連続する2つの奇数： $2n - 1, 2n + 1$

例) おつり

1個10円の菓子を a 個買い 50円出した。

おつり： $50 - 10a$ (円)

例) 割合

x 円の3割

$x \times \frac{3}{10} = \frac{3}{10}x$ (円)

例) 整数

十の位3、一の位5のとき

$10 \times 3 + 5 = 35$

例) 連続する2つの奇数

$n = 3$ のとき 5, 7

例題9 次の数量を式で表しなさい。

(1) 1個 n 円の梨を10個買ったときの代金。

(2) 大人1人 x 円、子供1人 y 円の遊園地に大人4人、子供5人で行ったときの代金の合計。

(3) n 円の3割引きの値段。

(4) 十の位が x 、一の位が y である2桁の整数。

(5) 百の位が x 、十の位が y 、一の位 z である3桁の整数。

(6) 連続する3つの整数。真ん中の整数を n とする。

2-6 等式

等式：「＝」で等しい数量を結んだ式

「＝」の左側を**左辺**、右側を**右辺**という。

「～は」「～に等しい」を「＝」にする。

文章題では、注目する数量を見つけ「(左辺の数量) = (右辺の数量)」の形を作る。

例) 150 円のりんご n 個を 3 円の袋に入れて購入したら、代金の合計は y 円であった。

$$\rightarrow 150n + 3 = y$$

・ **割り算の基本式**

割られる数 = 割る数 \times 商 + 余り

例) m を 3 で割ると、商は 12 で余りは n

$$m = 3 \times 12 + n$$

例題 10 次の文章を等式で表しなさい。

(1) x を 5 倍して 4 を引いたら、もとの数の 2 倍と等しくなった。

(2) 10km の道のりを時速 x km で 3 時間進んだら、残りは y km だった。

(3) ある数 m を 3 で割ったら商は 12 で余りは n だった。

2-7 不等式

不等式：不等号で大小関係を結んだ式

不等号の確認

$A < B$: A は B より小さい (未満)

$A > B$: A は B より大きい

$A \leq B$: A は B 以下

$A \geq B$: A は B 以上

※「未満」にその数は含まれない！

「 x は 5 未満」 $\rightarrow x < 5$ (5 は入らない)

「 x は 5 以下」 $\rightarrow x \leq 5$ (5 も入る)

例) 3 人でテストをし、それぞれの点数は a, b, c 点であった。

このとき、3 人の平均点は 75 点以下であった。

\rightarrow (3 人の平均点 ≤ 75) という関係から、
$$\frac{a+b+c}{3} \leq 75$$

例題 11 次の文章を不等式で表しなさい。

(1) 縦の長さが 4cm、横の長さが x cm の長方形の周りの長さは y cm より小さい。

(2) 定価 350 円のサーモン寿司を x %引きで買った際の値段は y 円以上である。

(3) 1 本 a 円の鉛筆を 5 本買い、1000 円出したらおつりが b 円未満だった。

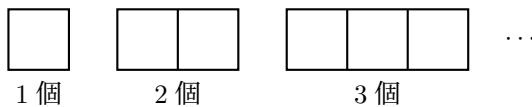
(4) 50 個のりんごを n 人の生徒に 2 個ずつ配ったら、りんごがいくつか余った。

2-8 規則性

• 規則性探し → 簡単な値で実験！

注意 複雑な問題は何か法則があるかもと想定すること！

例) 1 辺 1cm の正方形を図のように n 個並べたときの図形の周の長さは？



| | | | | |
|------|---|---|---|-----|
| 個数 | 1 | 2 | 3 | ... |
| 周の長さ | 4 | 6 | 8 | ... |

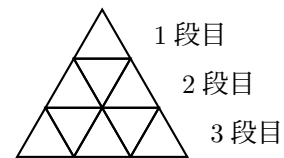
実験の結果、周の長さは **2 ずつ増えている** ことがわかる。

【 n 番目の求め方】 最初 + 増える数 $\times (n - 1)$

この規則から、 n 個並べたときの周の長さは $4 + 2(n - 1) = 2n + 2$ (cm)

例題 12 右の図のように正三角形を並べていく。

(1) 4 段目と 5 段目に並べる正三角形の個数はそれぞれ何個か。



(2) n 段目に並べる正三角形の個数を n を用いて表しなさい。

文字式 テスト対策

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 「 $3 \times a \times a - b \div 4$ 」を、文字式のルールに従って表しなさい。

(2) 「 $-7x^3 + 2y$ 」について、項と y の係数をそれぞれ求めなさい。

(3) 次の計算をしなさい。

(a) $7x - 4x + x$

(b) $1.5y - 0.3 + y - 1$

(c) $-4a + 2(3a - 2)$

(d) $\frac{a - 2a^2}{6} - \frac{3a^2 - 4a}{3}$

(4) $a = 3$, $b = -1$ のとき、次の式の値を求めなさい。

(a) $a + b$

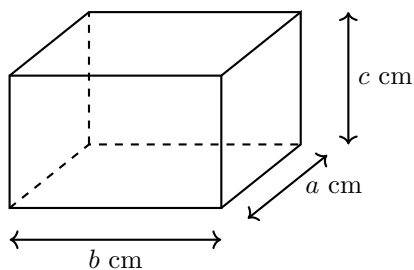
(b) $a - (4b - a) + 5b$

(5) 十の位を a 、一の位を b とした 2 けたの整数と、その数から十の位と一の位を入れ替えた数を、それぞれ数量で表しなさい。

【2】 右のように数字が並んでいる。このうち、 2×2 のマス目を で囲む。囲んだ4つの数字のうち、左上の数字を n とする。4つの数字の和を n を用いて表しなさい。

| | | | | |
|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

【3】 縦 a cm、横 b cm、高さ c cm の直方体について、次の式がどのような数量を表しているか答えなさい。



(1) abc

(2) $4a + 4b + 4c$

(3) $2(ab + bc + ca)$

【4】 好きな自然数を1つ思い浮かべて、以下のような操作を実施する。

- | | |
|---------|-------------------|
| ① 2 を足す | ④ 2 で割る |
| ② 2 倍する | ⑤ はじめに思い浮かべた数字を引く |
| ③ 6 を足す | |

はじめにどのような自然数 n を選択しても、①から⑤までの操作を順番に行うとある数字になる。その数字は何か。また、必ずある数字になる理由を説明しなさい。

第3章 方程式

3-1 方程式とは

方程式：文字に特定の値（解）を代入すると成立する式
解を求めることを、方程式を **解く** という。

例) $x + 1 = 2x$ のとき

左辺 右辺

$x = 0$ のとき 1 0 → 不成立

$x = 1$ のとき 2 2 → **成立!**

$x = 2$ のとき 3 4 → 不成立

このとき、この方程式の解は $x = 1$

注意

- ・解は「 $x = \text{数}$ 」の形で答える
- ・求める文字が1種類なら、式は1つ必要
- ・文字に指数がない方程式の解は原則1つ

例題1 方程式「 $-x + 4 = 2x + 1$ 」において、 $x = 0, 1, 2$ を代入することで、それぞれ解になっているか確かめなさい。

(a) $x = 0$ のとき

(b) $x = 1$ のとき

(c) $x = 2$ のとき

例題2 次の (a) ~ (c) のうち、方程式であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

(a) $3x + 5$

(b) $2 + 3 = 5$

(c) $x - 4 = 10$

3-2 方程式の解き方

・等式の性質（天秤のルール）

等式の両辺に同じことをしても等号は成立したまま。

$$\textcircled{1} A = B \text{ ならば } A + C = B + C$$

$$\textcircled{2} A = B \text{ ならば } A - C = B - C$$

$$\textcircled{3} A = B \text{ ならば } AC = BC$$

$$\textcircled{4} A = B \text{ ならば } \frac{A}{C} = \frac{B}{C} \quad (C \neq 0)$$

移項：項を逆の辺に移すこと

文字を左辺に、数字を右辺に集める。

符号は逆、数字文字はそのまま！

$$\begin{aligned} \text{例) } x + 1 &= 2 \\ x &= 2 - 1 && \curvearrowright \text{移項} \\ x &= 1 \end{aligned}$$

・「 $ax = b$ 」の形の処理

両辺を a で割る（ $\frac{1}{a}$ をかける）。

$$\begin{aligned} \text{例) } 2x &= 6 \\ x &= 3 && \curvearrowright \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

例題 3 下の a, b の式変形は、上の等式の性質 ①
～ ④ のうち、どれを利用したものか答えなさい。

$$\begin{aligned} -5x + 3 &= 18 \\ &\downarrow a \\ -5x &= -3 + 18 \\ &\downarrow \\ -5x &= 15 \\ &\downarrow b \\ x &= -3 \end{aligned}$$

例題 4 次の方程式を解きなさい。

$$(1) -4 = x + 8$$

$$(2) 8x = 1$$

$$(3) -\frac{1}{7}x = 2$$

$$(4) 2x + 3 = 4x - 7$$

3-3 複雑な方程式の処理

• カッコ → 分配法則で外す

例) $2(x - 4) = 5x$

$$2x - 8 = 5x$$

• 比例式 → 内 × 内 = 外 × 外

例) $2 : 3 = x : (x + 5)$

$$3x = 2(x + 5)$$

• 小数や分数 → 整数にする

小数 両辺を 10 倍, 100 倍 ... する

例) $0.2x + 1 = 1.8$

$$2x + 10 = 18 \quad \curvearrowright \times 10$$

分数 両辺に分母の最小公倍数をかける

例) $\frac{x + 1}{2} = \frac{3x + 2}{5}$

$$5(x + 1) = 2(3x + 2) \quad \curvearrowright \times 10$$

例題 5 次の方程式・比例式を解きなさい。

(1) $3 : 2 = (x + 2) : (x + 5)$

(2) $5x - 2(3x + 5) = -5(x - 10)$

(3) $\frac{2}{3}x + \frac{3}{2} = -\frac{1}{6}x + 1$

(4) $0.01(x + 1) + 0.03 = 0.12$

(5) $2\left(\frac{x + 5}{3} - 1\right) = \frac{5}{6}\left(\frac{x + 1}{2} + 1\right) + 1$

3-4 方程式の文章題（基本編）

・文章題の基本 → 求めるものを x と置く

例) ある数を 3 倍して 2 引いた数は 25 である。ある数は？

→ ある数を x とすると、 $3x - 2 = 25$

・整数に関する問題 → 整数を文字で表す

例) 連続する 3 つの整数の和は 75 である。3 つの整数を求めなさい。

→ 真ん中を x とすると、 $(x - 1) + x + (x + 1) = 75$

・求めるもの 2 つ → 片方 x 、もう片方 x を用いて表す

例) 310 円のキャベツと 340 円のレタスを合計 12 個買ったなら 3990 円だった。

→ キャベツを x 個とすると、レタスは $(12 - x)$ 個

例題 6 次の問いに答えなさい。

(1) なしを 8 個買い 1000 円出したところ、おつりは 40 円だった。なし 1 個の値段はいくらか。

(2) 連続する 3 つの偶数があり、その和は 246 である。この 3 つの偶数をすべて求めなさい。

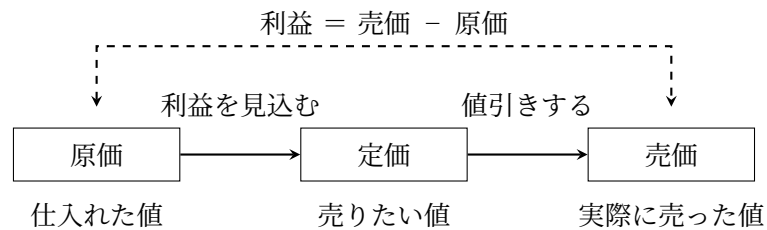
(3) 兄と弟の年齢の合計は 43 歳で、兄は弟より 3 歳年上である。2 人の年齢はそれぞれ何歳か？

(4) 150 円のりんごと 120 円のなしを合計 10 個買ったところ、代金の合計は 1380 円だった。りんごとなしをそれぞれ何個買ったか求めなさい。

3-5 方程式の文章題（売買編）

・売買の基本用語と関係図

「定価」は売りたい値段、「売価」は実際に売った値段。



・割合の変換

例) 3 割の利益を見込む \rightarrow 定価 = 原価 $\times (1 + 0.3) = 1.3 \times$ 原価

例) 2 割引きで売る \rightarrow 売価 = 定価 $\times (1 - 0.2) = 0.8 \times$ 定価

例題 7 次の問いに答えなさい。

(1) 原価 1000 円の品物に x 割の利益を見込んで定価をつけた。定価を x を用いて表しなさい。

(2) 定価 x 円の品物を 15% 引きで売った。売価を x を用いて表しなさい。

(3) 定価 500 円の漫画を 12% 引きで売ったところ、原価の 10% の利益が出た。原価を求めなさい。

(4) 原価 x 円の品物に 5 割の利益を見込んで定価をつけたが、売れなかったため定価の 3 割引きで売ったところ、利益は 100 円になった。原価を求めなさい。

3-6 方程式の文章題（食塩水編）

• 食塩水の問題 → 食塩、食塩水、濃度に注目！

$$\text{濃度 (\%)} = \frac{\text{食塩 (g)}}{\text{食塩水 (g)}} \times 100$$

例) 4% の食塩水 50g に 10% の食塩水を何 g 入れると 6% の食塩水になるか？

| 濃度 (%) | 4 | 10 | 6 |
|---------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| 食塩 (g) | $\frac{4}{100} \times 50$ | $\frac{10}{100} \times x$ | $\frac{6}{100}(50 + x)$ |
| 食塩水 (g) | 50 | x | $50 + x$ |

→ 食塩の量 で方程式をつくる！

$$\frac{4}{100} \times 50 + \frac{10}{100}x = \frac{6}{100}(50 + x) \quad \rightarrow \quad x = 25 \quad \mathbf{25g}$$

• 食塩の量に注目すると...

$$\begin{array}{c} 4\% \\ \hline 50\text{g} \end{array} + \begin{array}{c} 10\% \\ \hline x\text{g} \end{array} = \begin{array}{c} 6\% \\ \hline (50+x)\text{g} \end{array}$$

$$\frac{4}{100} \times 50 + \frac{10}{100}x = \frac{6}{100}(50 + x)$$

例題 8 次の問いに答えなさい。

(1) 8% の食塩水 200g に水を加えて、5% の食塩水を作りたい。水を何 g 加えればよいか？

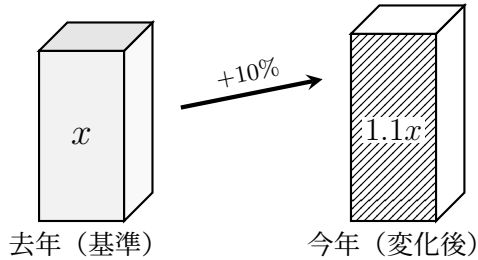
(2) 10% の食塩水と 4% の食塩水を混ぜて、6% の食塩水を 300g 作りたい。それぞれ何 g ずつ混ぜればよいか求めなさい。

3-7 方程式の文章題（増減編）

・割合を含む増減 → 「基準」を文字でおく！

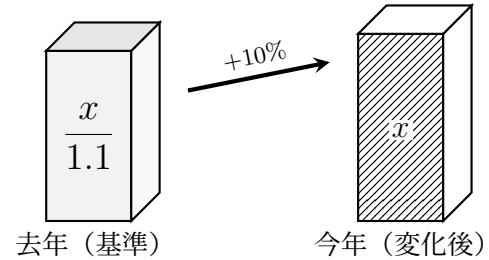
例) 去年 x 人の生徒がいた。今年は去年から 10% 増えた。

【おすすめ】基準（去年）を x にする



式がスッキリ！
 去年の人数： x
 今年的人数： $1.1x$

基準じゃない方（今年）を x にする



式が複雑に…
 今年的人数： x
 去年的人数： $\frac{x}{1.1}$
 → 計算ミスの原因！

・変化の表し方

例) 基準 x から $a\%$ 増えた → $\left(1 + \frac{a}{100}\right)x$ 基準 x から b 割減った → $\left(1 - \frac{b}{10}\right)x$

例題 9 次の問いに答えなさい。

(1) ある中学校の今年の生徒数は去年より 10% 増えて 550 人であった。基準となる去年の生徒数を x 人として、 x についての方程式を立て、去年の生徒数を求めなさい。

(2) 昨日はおにぎりが x 個売れた。今日は昨日より 2 割多く売れ、昨日と今日の合計は 110 個であった。今日のおにぎりの販売数を求めなさい。

3-9 方程式の文章題（過不足編）

・方程式の立て方

過不足がある場合、片方（基準）を文字でおき、もう片方に関する等式を立てます。

数の少ない方を x にすると良い

基準に対し 多ければ「+」 少なければ「-」

例) 何人かの子供に、1人4個アメを配ると4個余り、5個配ると2個不足する。

子供を x 人とした場合 ...

1人4個配ると4個余る

 → 余り4 (+4)

→ アメの総数 = $4x + 4$

1人5個配ると2個不足

 2個不足 (-2)

→ アメの総数 = $5x - 2$

$$\text{アメの個数の式: } 4x + 4 = 5x - 2$$

これを解くと $x = 6$ となり、子供は6人。

アメの個数は $4x + 4$ に代入して28個。

アメを x 個とした場合 ...

1人4個配ると4個余る

$\boxed{\text{アメ } x} - 4 \xrightarrow{\div 4}$ ● 人数

→ 子供の人数 = $\frac{x - 4}{4}$

1人5個配ると2個不足

$\boxed{\text{アメ } x} + 2 \xrightarrow{\div 5}$ ● 人数

→ 子供の人数 = $\frac{x + 2}{5}$

$$\text{子供の人数の式: } \frac{x - 4}{4} = \frac{x + 2}{5}$$

これを解くと $x = 28$ となり、アメは28個。

子供の人数は $\frac{x - 4}{4}$ に代入して6人。

例題 11 何人かの子供に、1人3枚カードを配ると5枚余り、1人4枚配ると6枚不足する。

(1) 子供の人数を x 人として、カードの枚数についての方程式を立てなさい。

(2) カードの枚数を x 枚として、子供の人数についての方程式を立てなさい。

(3) 子供の人数とカードの枚数をそれぞれ求めなさい。

方程式 テスト対策

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 次のうち、解が $x = 4$ となる方程式をすべて選びなさい。

(a) $-5 + 2x = 3$ (b) $-2x = 3\left(-x + \frac{1}{3}\right)$ (c) $1000x + 4000 = 4000(2x - 6)$

(2) 次の方程式・比例式を解きなさい。

(a) $3x - 7 = 8$ (b) $x : 6 = 2 : 3$

(c) $\frac{x+2}{4} = \frac{2x+3}{3}$ (d) $0.3(x-2) = 1.2$

(3) 方程式 $a(x+1) - x = x(-3+a) - 2$ の解が $x = -2$ のとき、 a の値を求めなさい。

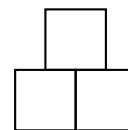
【2】 次の問いに答えなさい。

(1) 1個120円のりんごと1個80円のオレンジを合わせて15個買い、代金の合計を1560円にしたい。りんごは何個買えばよいか求めなさい。

(2) ある商品に原価の3割の利益を見込んで定価をつけたところ、定価は1300円になった。この商品の原価を x 円として方程式を立て、原価を求めなさい。

【3】 次の問いに答えなさい。

(1) 右のように、大きさの等しい正方形を3つ組み合わせた図形がある。この図形全体の周の長さが64 cm であるとき、正方形の1辺の長さは何 cm か。方程式を立てて求めなさい。



(2) 十の位の数と一の位の数の和が10である2桁の自然数がある。十の位と一の位を入れ替えた数は、もとの数の2倍より1小さい。もとの自然数を求めなさい。

(3) 2 km のマラソンに挑戦した。はじめは分速 300 m で走ったが、途中から分速 250 m になり、合計で7分20秒かかった。分速 300 m で走った時間は何分何秒か。

【4】 方程式の文章題（代金、過不足、速さなど）を1題自作し、その問題を解きなさい。

第4章 関数

4-1 関数とは

y は x の関数： x の値を決めると y の値がただ1つに決まる関係

- ・ 関数の例 → 1個100円のりんごを x 個買ったときの代金 y 円。
- ・ 関数ではない例 → 体重 x kg の人の身長 y cm。

変数：いろいろな値をとる文字 (x や y のこと)

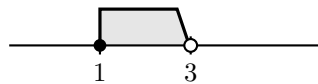
変域：変数がとることのできる値の範囲。

例) 変域の表し方

x は4以下： $x \leq 4$



x は1以上3未満： $1 \leq x < 3$



例題1 次のア～オの中から、 y が x の関数であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

- ア 1個120円りんごを x 個買ったときの代金 y 円。
- イ 身長 x cm の人の体重 y kg。
- ウ 面積が 24 cm^2 の長方形の、縦の長さ x cm と横の長さ y cm。
- エ 絶対値が x になる数 y 。
- オ 周りの長さが x cm の正方形の、1辺の長さ y cm。

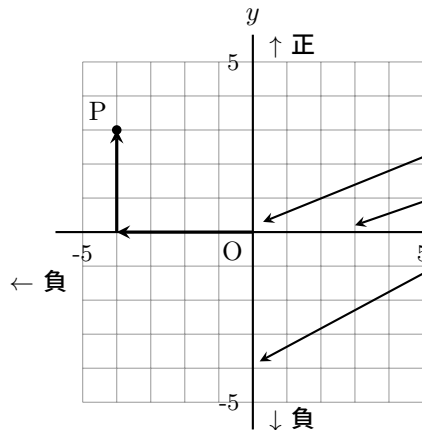
例題2 次の数量の変域を、不等号を使って表しなさい。

- (1) x は5以上である。
- (2) y は -3 より大きく4以下である。

例題3 10km離れたやみたけ劇場へ時速4kmで進むとき、出発してから x 時間後の残りの道のりを y km とする。変数 x, y の変域をそれぞれ求めなさい。

4-2 座標

グラフ：複数の数量関係をまとめたもの（今回は x と y の値の関係）



・グラフについて

原点

x 軸 (横軸) } 合わせて

y 軸 (縦軸) } 座標軸

・座標の表し方 \rightarrow (x 座標, y 座標)

例) $P(-4, 3)$

原点から左に 4 上に 3 進んでいる

・対称な点

点 (a, b) を基準にすると ... x 軸対称 $\rightarrow (a, -b)$ (y の符号が変わる)

y 軸対称 $\rightarrow (-a, b)$ (x の符号が変わる)

原点对称 $\rightarrow (-a, -b)$ (両方の符号が変わる)

点 (a, b) と点 (c, d) の中点 (真ん中の点) $\rightarrow \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$

例題 4 右の図について、次の問いに答えなさい。

(1) 点 A~E の座標を求めなさい。

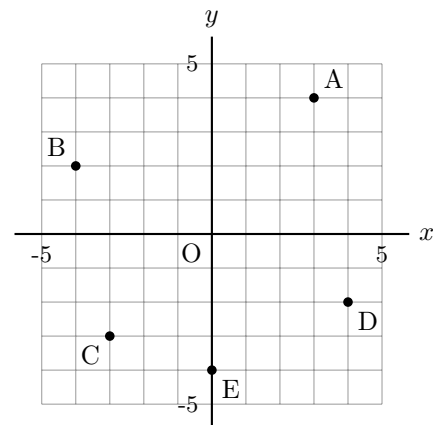
A () B ()

C () D ()

E ()

(2) 次の点を右の図にかき入れなさい。

P(2, 4) Q(-3, 1) R(5, -2)



例題 5 点 (3, 4) について、次の点の座標を求めなさい。

(1) x 軸について対称な点

(2) y 軸について対称な点

(3) 原点について対称な点

例題 6 2 点 A(1, 3), B(-9, 1) の中点の座標を求めなさい。

4-3 比例

y は x に比例する： x の値を 2 倍、3 倍 ... にすると、 y の値も 2 倍、3 倍 ... になる関係。

・ 比例の式 $\rightarrow y = ax$ (a は 比例定数)

例) $y = 2x$

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|---|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | -6 | -4 | -2 | 0 | 2 | 4 | 6 | ... |

・ 式の決定方法 $\rightarrow a$ の値が分かれば OK (x, y の値のペアを代入)

例) y は x に比例し、 $x = 2$ のとき $y = 6$ である。

$y = ax$ に $x = 2, y = 6$ を代入して、 $6 = a \times 2 \rightarrow a = 3$ 式： $y = 3x$

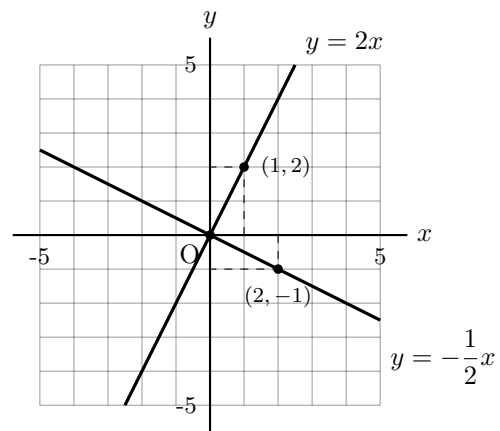
・ 比例のグラフ \rightarrow 原点を通る直線

原点と ともう 1 点 を通る直線を引けばよい。

$a > 0$ のとき 右肩上がり

$a < 0$ のとき 右肩下がり

注意 直線は通る 2 点 が分かれば引ける。



例題 7 y は x に比例し、次のような値をとる。このとき、 y を x の式で表しなさい。

(1) $x = 3$ のとき $y = 12$

(2) $x = -4$ のとき $y = 8$

(3) $x = 4$ のとき $y = -10$

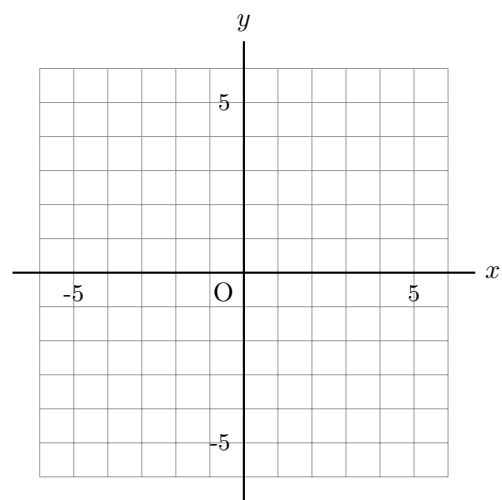
例題 8 次の比例のグラフを右の図にかきなさい。

(1) $y = 3x$

(2) $y = -2x$

(3) $y = \frac{1}{2}x$

(4) $y = -\frac{3}{4}x$



4-4 グラフ・式の決定の応用

・変域のあるグラフの書き方

変域の端の座標を計算して点を打つ。

「 \leq 」「 \geq 」 \rightarrow ● (含む)

「 $<$ 」「 $>$ 」 \rightarrow ○ (含まない) で点をかく。

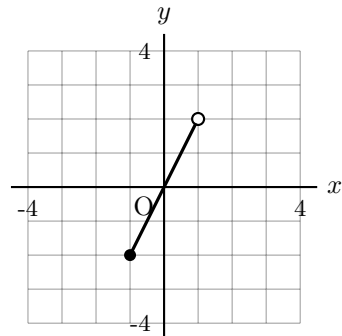
両端が指定されている場合 (例: $-1 \leq x < 1$)

\rightarrow 打った2点の間だけ線を結ぶ。

片側しか指定されていない場合 (例: $x < 2$)

\rightarrow 1点からグラフの端まで直線を伸ばす。

例) $y = 2x$ ($-1 \leq x < 1$)



$x = -1 \rightarrow y = -2$ ($-1, -2$) に ●

$x = 1 \rightarrow y = 2$ ($1, 2$) に ○

・変域のある式の決定

比例式 $y = ax$ で、 x の変域が $p \leq x \leq q$ 、 y の変域が $r \leq y \leq s$ のとき、

$a > 0$ (右肩上がり) の場合

x の変域: $p \leq x \leq q$

y の変域: $r \leq y \leq s$



$a < 0$ (右肩下がり) の場合

x の変域: $p \leq x \leq q$

y の変域: $r \leq y \leq s$



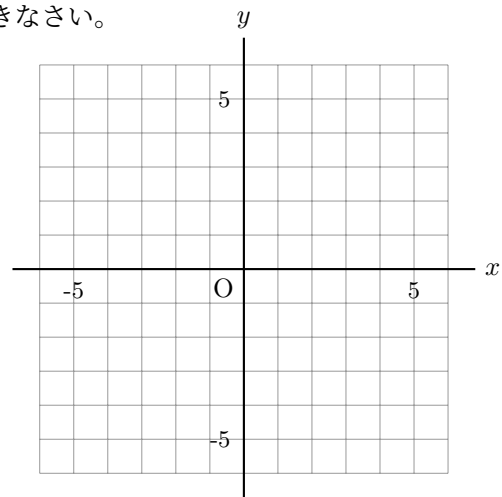
注意 比例の式 $y = ax$ に、わかったペアの **どちらか一方** を代入すれば a が求まる!

例題 9 次の変域をもつ比例のグラフを右の図にかきなさい。

(1) $y = 2x$ ($-2 < x \leq 1$)

(2) $y = -\frac{1}{2}x$ ($x \geq -4$)

(3) $y = -x$ ($x \leq 3$)



例題 10 y は x に比例し、 $-4 \leq x \leq 8$ のとき $-12 \leq y \leq b$ である。求める比例式を $y = ax$ として、次のそれぞれの条件において a と b の値を求めなさい。

(1) $a > 0$ のとき

(2) $a < 0$ のとき

4-5 比例の応用

・関数の文章題 → x, y が表すものや、2つの文字の関係を確認!

例) 容量が 15L の空の水そうに、満タンになるまで毎分 3L の割合で水を入れる。
水を入れ始めてから x 分後の水の量を y L とする。

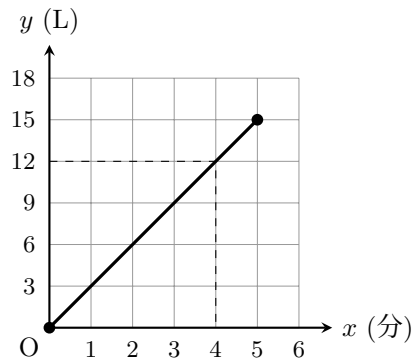
(1) y を x の式で表しなさい。また、 x の変域も求めなさい。

1分ごとに 3L 増加 → x が 1 増加すると y は 3 増加 → $y = 3x$

満タンになるのは $15 \div 3 = 5$ 分後なので、 x の変域は $0 \leq x \leq 5$

(2) x と y の関係を右のグラフに表しなさい。

(0, 0) と (5, 15) を結べばよいので、右のような図になる。



(3) 水の量が 12L になるのは何分後か。

水の量が 12L → $y = 12$ となる x の値を考える。

式に代入して $12 = 3x$ $x = 4$ **4分後**

例題 11 ある種類の針金は、2m の重さが 60g である。この針金 x m の重さを y g として、次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) この針金 12m の重さは何 g か。

(3) この針金の重さが 450g のとき、長さは何 m か。

4-6 反比例

y は x に反比例する： x の値を 2 倍、3 倍 ... にすると、 y の値は $\frac{1}{2}$ 倍、 $\frac{1}{3}$ 倍 ... になる関係。

・反比例の式 $\rightarrow y = \frac{a}{x}$ (a は 比例定数)

例) $y = \frac{6}{x}$

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|---|---|---|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | ... |
| y | ... | -2 | -3 | -6 | × | 6 | 3 | 2 | ... |

・式の決定方法 $\rightarrow a$ の値が分かれば OK (x, y の値のペアを代入)

例) y は x に反比例し、 $x = 2$ のとき $y = 3$ である。

$$y = \frac{a}{x} \text{ に } x = 2, y = 3 \text{ を代入して、 } 3 = \frac{a}{2} \rightarrow a = 6 \quad \text{式: } y = \frac{6}{x}$$

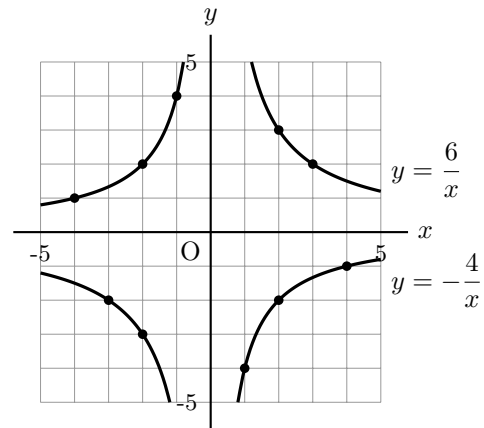
・反比例のグラフ \rightarrow 双曲線

表から読み取れる点 (x, y が共に整数の点) を取り、なめらかな曲線で結ぶ。

$a > 0$ のとき 右上 と 左下

$a < 0$ のとき 左上 と 右下

注意 グラフは x 軸、 y 軸と交わらない!



例題 12 y は x に反比例し、次のような値をとる。このとき、 y を x の式で表しなさい。

(1) $x = 2$ のとき $y = 6$

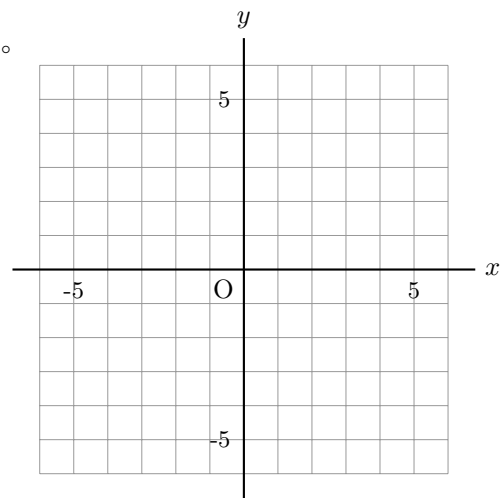
(2) $x = -4$ のとき $y = 3$

(3) $x = 3$ のとき $y = -6$

例題 13 次の反比例のグラフを右の図にかきなさい。

(1) $y = \frac{12}{x}$

(2) $y = -\frac{6}{x}$



4-7 反比例の応用

・関数の文章題 → x, y が表すものや、2つの文字の関係を確認!

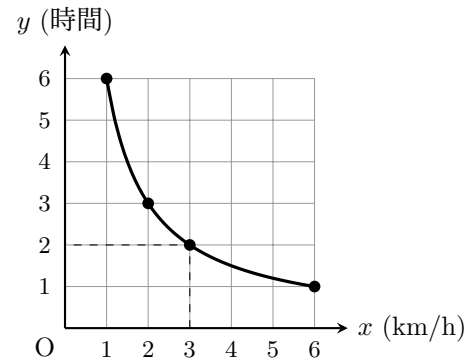
例) 6km 離れた目的地に向かって、時速 x km で歩いて進むときにかかる時間を y 時間とする。

(1) y を x の式で表しなさい。

(速さ) × (時間) = (道のり) なので、 $x \times y = 6 \rightarrow y = \frac{6}{x}$

(2) x と y の関係を右のグラフに表しなさい。

(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1) を結んで、
なめらかな曲線をかく。



(3) 時速 3km で進むときにかかる時間は何時間か。

時速 3km → $x = 3$ のときの y の値を考える。

式に代入して $y = \frac{6}{3} \quad y = 2 \quad 2 \text{ 時間}$

例題 14 歯数が 24 の歯車 A が、毎分 15 回転している。これにかみ合って回る歯車 B の歯数を x 、毎分の回転数を y として、次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。ただし、歯車が噛みあう場合、2つの歯車の 歯数 × 回転数 が同じ値をとる。

(2) 歯車 B の歯数が 30 のとき、毎分何回転するか。

(3) 歯車 B を毎分 45 回転させるには、歯数をいくつにすればよいか。

4-8 座標と図形

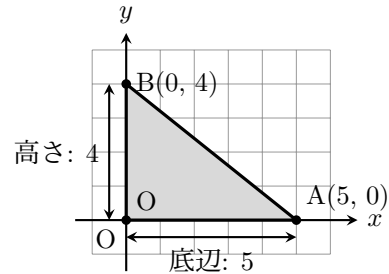
・面積 → 公式 または 図形の足し引き

例) 底辺と高さが直接わかる場合

O(0,0)、A(5,0)、B(0,4) で囲まれた $\triangle OAB$ の面積。

底辺 (辺 OA) = 5、高さ (辺 OB) = 4 なので、

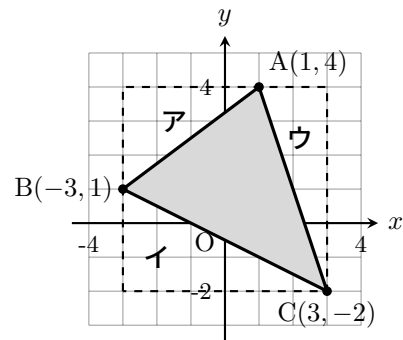
面積 = $5 \times 4 \div 2 = 10$



例) 底辺と高さがわからない場合…

A(1,4)、B(-3,1)、C(3,-2) で囲まれた $\triangle ABC$ の面積。

→以下のように図形の足し引きを利用する。



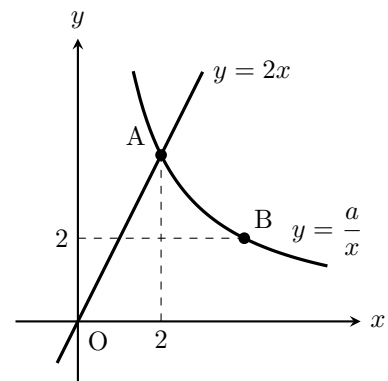
$$\begin{array}{ccccccc} \text{求める面積} & = & \boxed{\text{長方形}} & - & \boxed{\text{ア}} & - & \boxed{\text{イ}} & - & \boxed{\text{ウ}} \\ & & 6 \times 6 = 36 & & 4 \times 3 \div 2 = 6 & & 6 \times 3 \div 2 = 9 & & 2 \times 6 \div 2 = 6 \end{array}$$

$$\triangle ABC \text{ の面積} = 36 - (6 + 9 + 6) = 15$$

例題 15 右の図のように、比例 $y = 2x$ と反比例 $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$) のグラフがある。2つのグラフの交点を A、反比例のグラフ上の点を B とし、点 A の x 座標が 2、点 B の y 座標が 2 である。次の問いに答えなさい。

(1) 点 A、B の座標および a の値を求めなさい。

(2) 3点 O、A、B を結んでできる $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。(座標の 1 目盛りを 1cm とする)



関数 テスト対策

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～エのうち、 y が x の関数であるもの、比例するもの、反比例するものをそれぞれすべて選び、記号で答えなさい。また、比例・反比例するものについては、その比例定数も答えなさい。

ア 面積が 24cm^2 の長方形の縦の長さ $x\text{cm}$ と横の長さ $y\text{cm}$

イ 1本 80 円のペンを x 本買ったときの代金 y 円

ウ 体重 $x\text{kg}$ の人の身長 $y\text{cm}$

エ 1000 円出して、 x 円のりんごを 1 個買ったときのおつり y 円

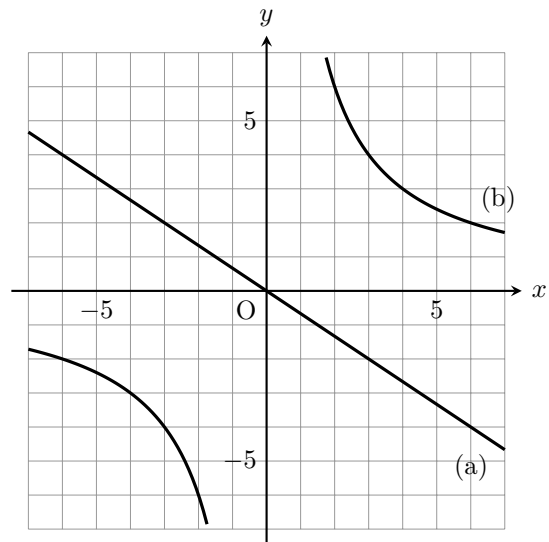
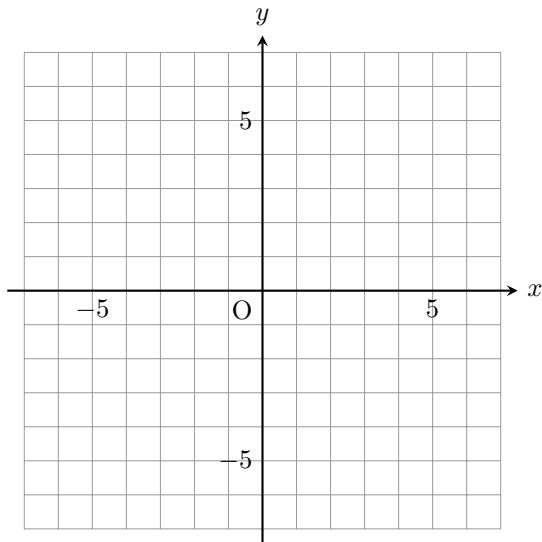
(2) y は x に比例し、 $x = -3$ のとき $y = 12$ である。 y を x の式で表しなさい。

(3) y は x に反比例し、 $x = 2$ のとき $y = -6$ である。 $y = 3$ のときの x の値を求めなさい。

(4) 次の関数のグラフを下図に書きなさい。

(a) $y = \frac{3}{4}x$ (b) $y = -\frac{5}{x}$

(5) 下の図のグラフ (a)、(b) について、それぞれ y を x の式で表しなさい。



【2】 空さんと蛍さんが、休日を利用して 12km 離れたサイクリングロードの終点まで自転車で行く計画を立てている。2 人の会話を読み、下の問いに答えなさい。

2 人の会話

空「ここから終点までの道のりは 12km。自転車で行くならどれくらい時間がかかるかな？」

蛍「自転車の速さによって変わるわね。自転車の速さを時速 x km、終点に着くまでの時間を y 時間とすると、 y は x の関数になるね。式で表すと 【ア】 になって、これは y が x に 【イ】 していると言えるわ。」

空「なるほど。もし僕たちが時速 15km で走るとすると、終点に着くまでは 【ウ】 分か
かる計算になるね。」

蛍「じゃあ、逆に一定の速さで走る場合を考えてみよう。時速 15km のまま x 時間走ったと
きに進む道のりを y km とすると、今度は式が 【エ】 になるね。」

空「その場合は、 y が x に 【オ】 しているね！同じ『道のり・速さ・時間』の関係なの
に、何を x 、 y にするかで関数の種類が変わるなんて面白いな。」

- (1) 会話中の 【ア】、【エ】 にあてはまる式を答えなさい。
- (2) 会話中の 【イ】、【オ】 に入る。正しい言葉を答えなさい。
- (3) 会話中の 【ウ】 にあてはまる数を求めなさい。

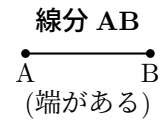
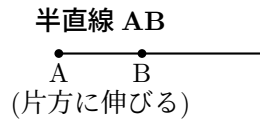
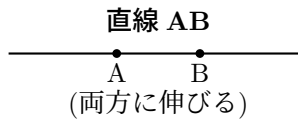
【3】 ある冷凍食品を電子レンジで加熱するとき、加熱する時間 y 秒は、電子レンジの出力 x W (ワット) に反比例する。この冷凍食品のパッケージには、「500W で 3 分 (180 秒)」と書かれている。次の問いに答えなさい。

- (1) y を x の式で表しなさい。
- (2) この冷凍食品を 600W の出力で加熱するとき、加熱時間は「何分何秒」になるか。
- (3) パッケージの表記より早く、1 分 30 秒で温めたい場合、電子レンジの出力を何 W に設定すればよいか。

第5章 平面図形

5-1 図形の基本

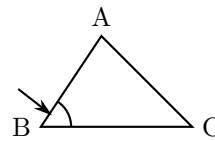
・線の種類



・角や三角形の表し方

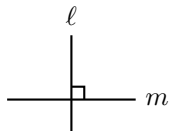
三角形 ABC を記号で $\triangle ABC$ と表す。

左の図の矢印部分を **角 ABC** といい、 $\angle ABC$ または $\angle B$ と表す。



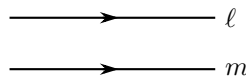
$\angle A \underline{B} C$
↑
この文字が頂点

垂直：2 直線が 90° で交わる



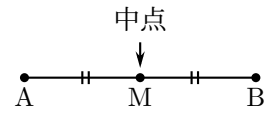
表し方： $l \perp m$

平行：平面で交わらない



表し方： $l // m$

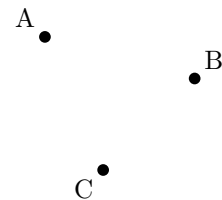
中点：線分を 2 等分する点



表し方： $AM = MB$

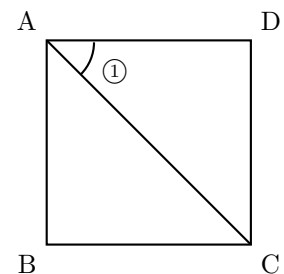
例題 1 下の 3 つの点 A, B, C について、次の問いに答えなさい。

- (1) 直線 AB を引きなさい。
- (2) 線分 BC を引きなさい。
- (3) 半直線 CA を引きなさい。



例題 2 次の問いに答えなさい。

- (1) 右の正方形 ABCD について、辺 AD と辺 BC の関係を、記号を用いて表しなさい。
- (2) 辺 AB と辺 BC の関係を、記号を用いて表しなさい。
- (3) 対角線 AC によって分けられた角①を、記号を用いて表しなさい。

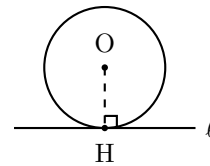
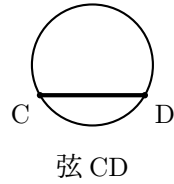
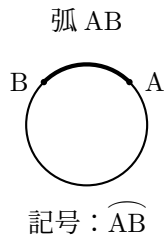


5-2 円と接線

弧：円周上の一部

弦：円周上の2点を結ぶ

接線：円と1点だけで交わる



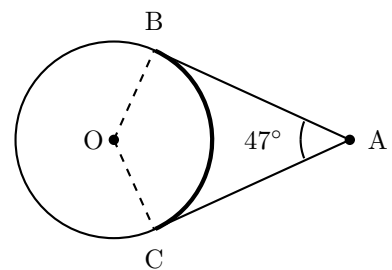
点 H の部分を接点という

例題3 右の図は、点 A から円 O に接線を引き、その接点を B, C としたものである。次の問いに答えなさい。

(1) 図の太線部分を、記号を用いて表しなさい。

(2) 線分 AB と半径 OB の関係を、記号を用いて表しなさい。

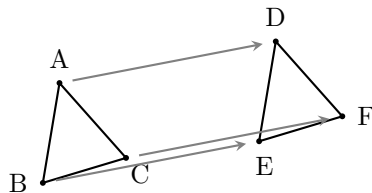
(3) $\angle BAC = 47^\circ$ のとき、 $\angle BOC$ の大きさを求めなさい。



5-3 図形の移動

平行移動

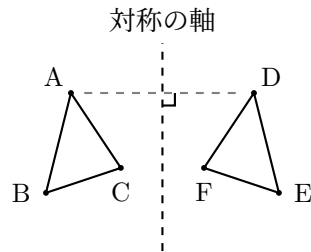
向きを変えず一定方向に移動



$$AD \parallel BE, AD = BE$$

対称移動

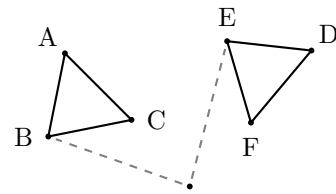
直線を軸に裏返す



$$AD \perp \text{軸}$$

回転移動

1つの点を中心に回転



回転の中心 O

$$OB = OE$$

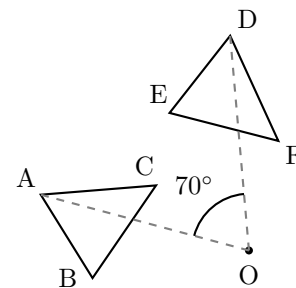
※ある点を中心に 180° 回転する移動を**点対称移動**という。

例題4 右の図は、 $\triangle ABC$ を点 O を中心として回転移動させたもので、点 D, E, F はそれぞれ点 A, B, C に対応している。 $\angle AOD = 70^\circ$ 、 $\angle BOC = 30^\circ$ のとき、次の問いに答えなさい。

(1) 線分 OE と長さの等しい線分を答えなさい。

(2) $\angle BOE$ の大きさを求めなさい。

(3) $\angle COE$ の大きさを求めなさい。

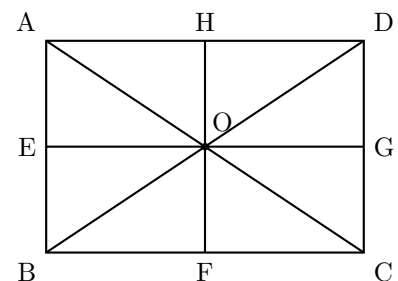


例題5 右の図の長方形 ABCD において、辺 AB, BC, CD, DA の中点をそれぞれ E, F, G, H とし、対角線の交点を O とする。このとき、次の移動によって $\triangle AEO$ と重なる三角形を答えなさい。

(1) 平行移動。

(2) 直線 HF を対称の軸とする対称移動。

(3) 点 O を回転の中心とする回転移動。



5-4 作図とは

作図：定規とコンパスを使って、条件にあう図形をかくこと。

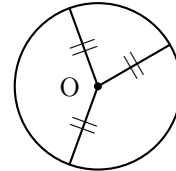
2点を通る直線を引く

円をかく・長さを移す

・円の重要な性質

1つの円では、半径はすべて等しい。

※円は、中心から等しい距離にある点の集まり。



例題 6 次の図形を作図しなさい。作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

(1) 3辺の長さが次に示された $\triangle ABC$ を作図しなさい。

A ●—————● B

B ●—————● C

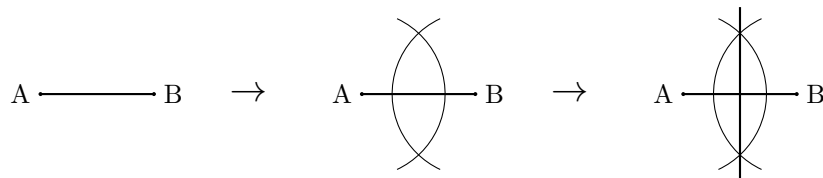
C ●—————● A

(2) 点 A を 1 つの頂点とする正三角形を作図しなさい。

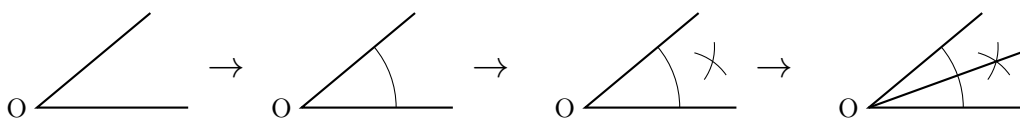
A ●—————

5-5 様々な作図

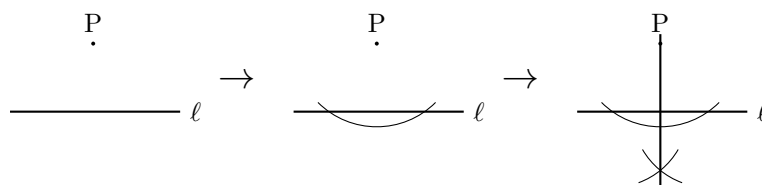
垂直二等分線：線分の中点を通り、その線分に垂直な直線



角の二等分線：1つの角を2等分する直線

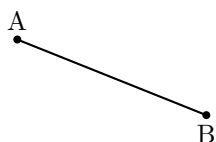


垂線：点Pを通り、直線 l に垂直な直線

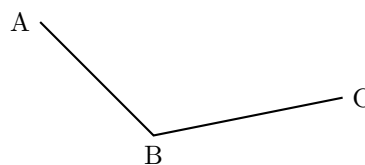


例題7 次の図で、指示された図形を作図しなさい。

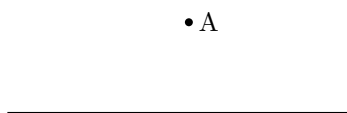
(1) 線分 AB の垂直二等分線



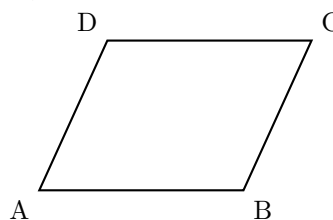
(2) $\angle ABC$ の二等分線



(3) 点 A を通る垂線



(4) 辺 AB を底辺としたときの頂点 D を通る高さを表す線分

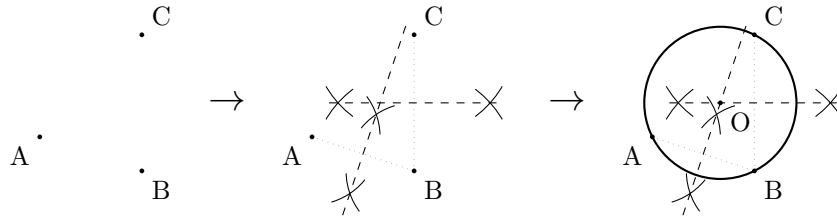


5-6 作図の応用

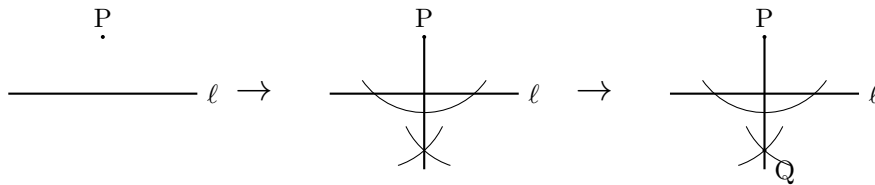
・円の作図

中心と通る1点分かればOK。

2点を通る円の中心 → 2点を結ぶ線分の垂直二等分線上にある。

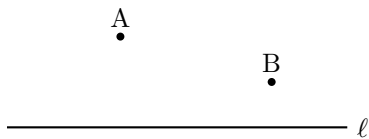


・対称な点の作図

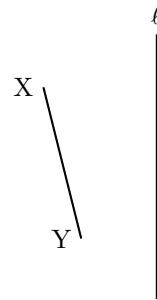


例題8 次の作図をなさい。

(1) 2点 A, B を通り、中心が直線 l 上にある円



(2) 線分 XY を、直線 l を対称の軸として移動した先の線分



(3) 150° の角

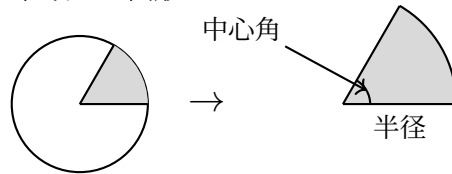


(4) $AC + BC$ の長さが最小となる直線 l 上の点 C



5-7 おうぎ形

おうぎ形：円を2つの半径で区切った図形

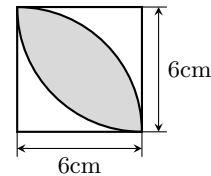
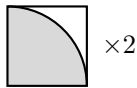


・おうぎ形の公式 半径を r 、中心角を a° 、円周率を π とする。(π は数字と文字の間！)

$$\text{弧の長さ} = 2\pi r \times \frac{a}{360} \quad \text{面積} = \pi r^2 \times \frac{a}{360}$$

面積は「公式 → 図形の足し引き」の順番で考える。曲線 → おうぎ形を疑うべき。

例) 右の図形において、影の部分の面積は？



$$\underbrace{\left(\pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} \right) \times 2}_{\text{おうぎ形 2つ分}} - \underbrace{6 \times 6}_{\text{正方形}} = 18\pi - 36 \quad (\text{cm}^2)$$

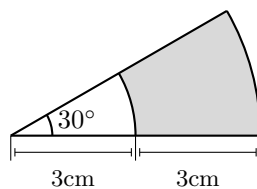
例題 9 次の問いに答えなさい。

(1) 半径 2cm、中心角 150° のおうぎ形の面積と弧の長さを求めなさい。

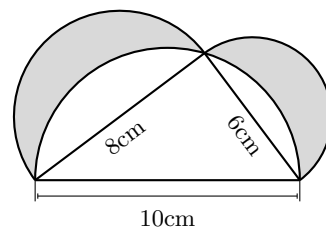
(2) 面積 $32\pi \text{ cm}^2$ 、半径 6cm のおうぎ形の中心角を求めなさい。

例題 10 次の影の部分の面積を求めなさい。

(1)



(2)



平面図形 テスト対策

【1】 次の問いに答えなさい。

(1) 次のア～エの文章について、下線部が正しければ「○」を書き、間違っていれば下線部を正しい言葉や記号に直しなさい。

ア 2点 A, B を通り、両方にまっすぐ限りなく延びている線を、線分 AB という。

イ 2つの直線 l, m が交わらず平行であるとき、記号を使って $l \perp m$ と表す。

ウ 円周上の2点 A, B を結んだまっすぐな線分を、弧 AB という。

エ 半径 r 、中心角 a° のおうぎ形の面積は、円の面積 πr^2 に $\frac{a}{360}$ をかけて求められる。

(2) 下の図1～図3の $\triangle ABC$ について、それぞれ指定された移動を行った $\triangle PQR$ をかきなさい。

図1：矢印の方向にその長さだけ平行移動させた $\triangle PQR$

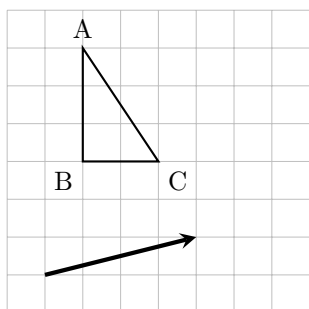


図2：直線 l を対称の軸として対称移動させた $\triangle PQR$

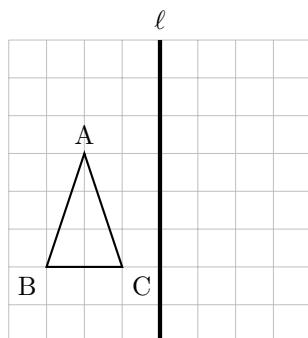
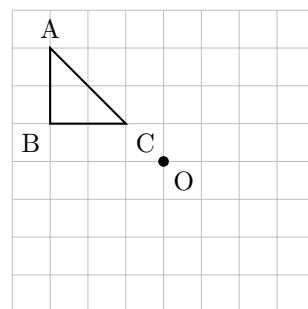
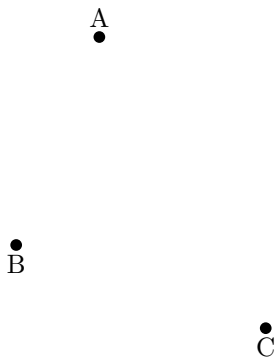


図3：点 O を回転の中心として点対称移動させた $\triangle PQR$



(3) 次の (a)、(b) の図形を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。

(a) 3点 A, B, C をすべて通る円

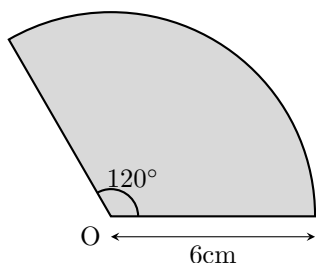


(b) 点 A を、点 B を回転の中心として時計回りに 120° 回転させた点 P

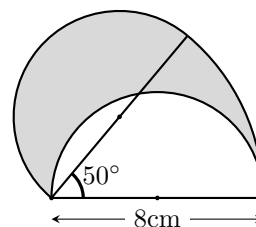


【2】 次の (1)~(2) の図形について、色がついた部分の周の長さと同面積をそれぞれ求めなさい。ただし、円周率は π とする。

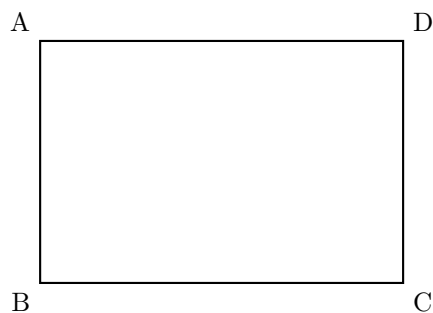
(1)



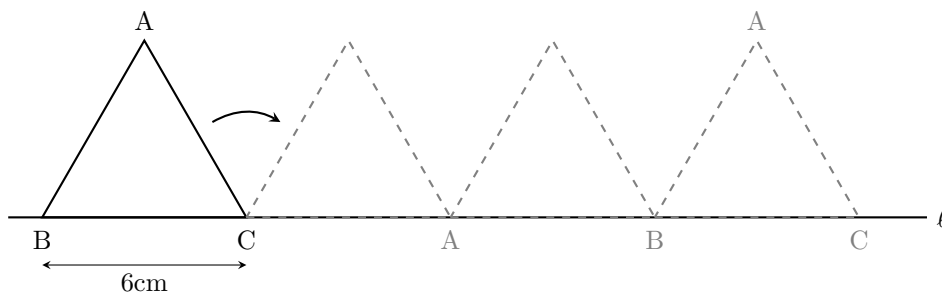
(2)



【3】 下の図のように、長方形の紙 ABCD がある。頂点 A が頂点 C にぴったり重なるように折るとき、その折り目となる直線を作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



【4】 下の図のように、1 辺が 6cm の正三角形 ABC が直線 l 上にある。この正三角形を、直線 l 上をすべらないように矢印の方向に転がす。再び辺 BC が直線 l 上に重なるまで転がしたとき、頂点 A が動いたあとの線の長さを求めよ。ただし、円周率は π とする。



第6章 空間図形

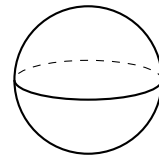
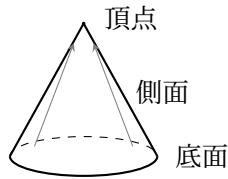
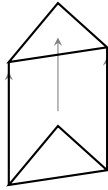
6-1 様々な空間図形

・空間図形 → 柱、錐、球 の3種類&特殊な図形が存在する。

柱：底面を形を保って移動

錐：1点に向かう

球：中心からの距離が等しい
点の集まり



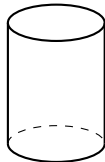
・名称のつけ方 → 底面の形 + (柱 or 錐)

例) 底面が五角形の柱 → 五角柱、底面が円の錐 → 円錐

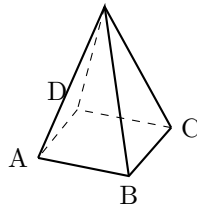
多面体：平面（多角形）だけで囲まれた立体 ※すべての面が合同なら**正多面体**という。

例題1 次の図形の名称を答えなさい。

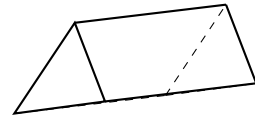
(1)



(2) ※ ABCD は正方形

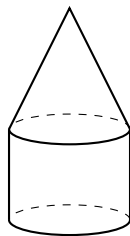


(3)

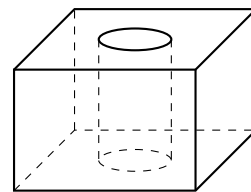


例題2 次の立体は、どの図形とどの図形を組み合わせたものか、またはどの図形からどの図形を引いた（くり抜いた）ものか答えなさい。

(1)



(2)



例題3 立方体の頂点・面・辺の数をそれぞれ求めなさい。

6-2 空間の位置関係

空間の位置関係 → 直線と直線、直線と平面、平面と平面 の3つに分けて考える。

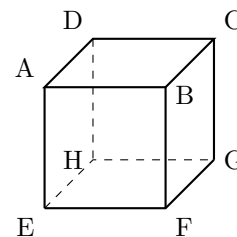
- 直線と直線 → 平行 or 交わる (同じ平面上) or ねじれの位置 (同じ平面上でない)

例) 右の立方体で、辺 **AB** と...

平行 → 辺 DC, 辺 EF, 辺 HG

交わる → 辺 AD, 辺 BC, 辺 AE, 辺 BF

ねじれの位置 → 辺 CG, 辺 DH, 辺 EH, 辺 FG

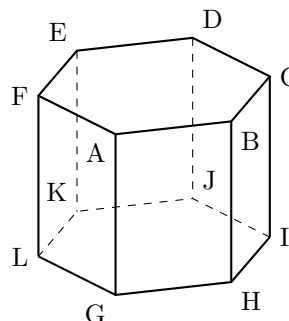


注意 $AB \perp AE$ (同じ平面上) だが、 $AB \perp DH$ (同じ平面上でない) ではない

- 直線と平面 → 平面上の直線 or 交わる ($l \perp P$ など) or 平行 ($l // P$)
- 平面と平面 → 交わる ($P \perp Q$ など) or 平行 ($P // Q$)

例題 4 右の図形は、底面が正六角形の正六角柱である。2つの直線の関係は平行、交わる、ねじれの位置のうちどれか？

- (1) 辺 AB と 辺 BH
- (2) 辺 AB と 辺 GH
- (3) 直線 AE と 辺 CI

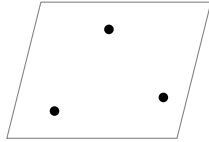


例題 5 次の記述は正しいか。

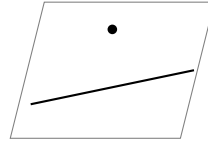
- (1) 3直線 l, m, n において、 $l \perp m$, $l \perp n$ のとき、 $m \perp n$ が成立する。
- (2) 1つの平面 P と 2直線 l, m において、 $l \perp P$, $m \perp P$ のとき、 $l // m$ が成立する。
- (3) 1つの平面 P と 2平面 Q, R において、 $P \perp Q$, $P \perp R$ のとき、 $Q // R$ が成立する。

6-3 平面が定まる条件

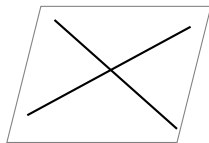
平面が定まる条件 → 空間上で以下条件のいずれかを満たすと、ただ1つの平面が定まる。



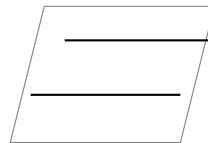
1. 同一直線上にない3点



2. 1直線とその直線上にない1点



3. 交わる2直線



4. 平行な2直線

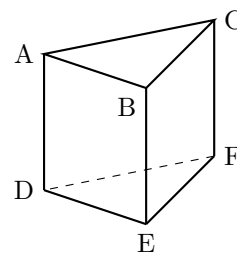
注意 「一直線上にある3点」や「ねじれの位置にある2直線」は1つの平面に決まらない!

例題6 空間内にただ1つの平面が定まる条件として、正しいものをすべて選びなさい。

- ア. 1つの直線上にある3点
- イ. 交わる2直線
- ウ. 平行な2直線
- エ. ねじれの位置にある2直線
- オ. 1つの直線とその直線上にない1点

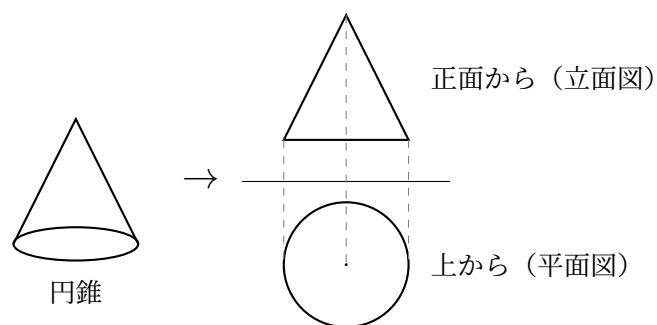
例題7 右の三角柱において、次の点や直線をふくむ平面は、それぞれどの面か答えなさい。

- (1) 点A, 点B, 点C
- (2) 直線AD と 点F
- (3) 直線BE と 直線CF



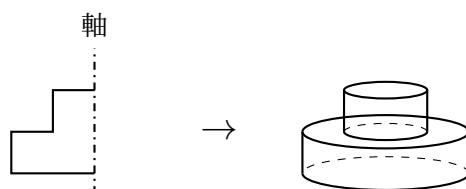
6-4 投影図と回転体

投影図：正面と上から見た図



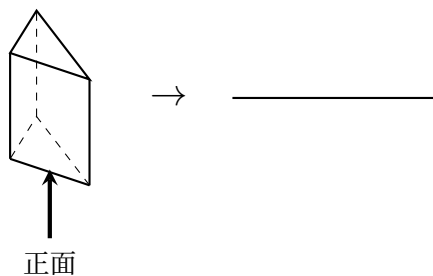
回転体：平面図形を、ある直線を中心に回転してできる図形

「対称移動 + 底面は円」でかける。

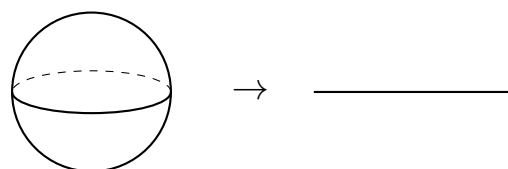


例題 8 次の図形の投影図をかきなさい。

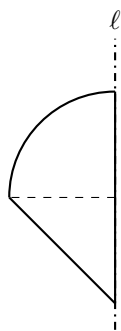
(1)



(2)



例題 9 下の図形を、直線 l を軸として 1 回転させた際にできる立体の見取図をかきなさい。



6-5 体積

・体積の求め方

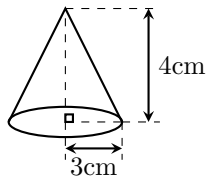
柱（角柱・円柱） 体積 = 底面積 × 高さ

錐（角錐・円錐） 体積 = 底面積 × 高さ × $\frac{1}{3}$

球 体積 = $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r : 半径)

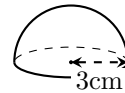
例) 次の図形の体積は？

(1) 円錐



$$\text{体積} = (3 \times 3 \times \pi) \times 4 \times \frac{1}{3} = 12\pi$$

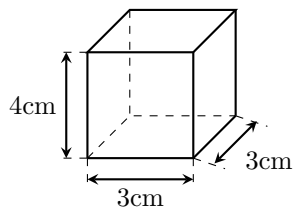
(2) 半球



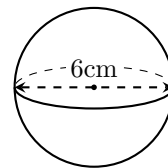
$$\text{体積} = \left(\frac{4}{3}\pi \times 3^3\right) \times \frac{1}{2} = 18\pi$$

例題 10 次の図形の体積を求めなさい。

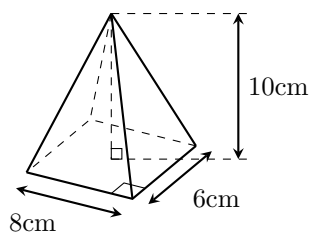
(1)



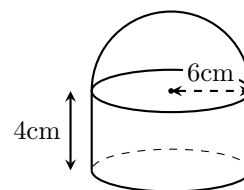
(2)



(3)



(4)

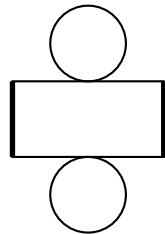


6-6 展開図と表面積

展開図：立体図形を平面に切り開いた図

例)

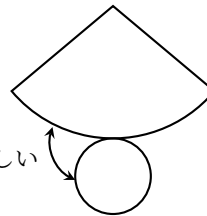
円柱の展開図



← 2 辺が重なる

弧と円周の長さが等しい

円錐の展開図



・ **表面積の求め方** → 1つ1つの面を計算するが、合同な面があれば楽！

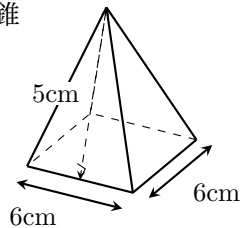
球の表面積 $S = 4\pi r^2$ (r : 半径)

円錐の表面積 側面積 = πlr (l : 母線, r : 半径)

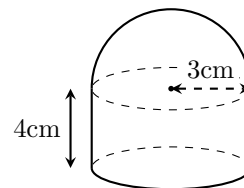
表面積 = 側面積 + 底面積

例題 11 次の立体の表面積を求めなさい。

(1) 正四角錐

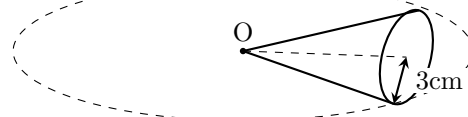


(2) 円柱と半球を組み合わせた立体



例題 12 右の図のように、底面の半径が 3cm の円錐を、頂点 O を中心として平面上を転がしたところ、ちょうど 4 周して元の位置に戻った。次の問いに答えなさい。

(1) 円錐の母線の長さを求めなさい。



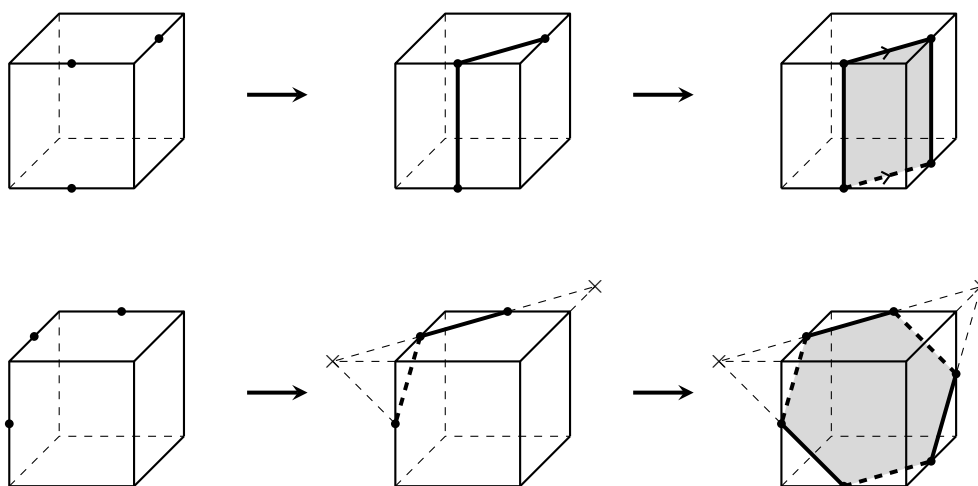
(2) 円錐の表面積を求めなさい。

6-7 立体の切断

立体を切断する鉄則

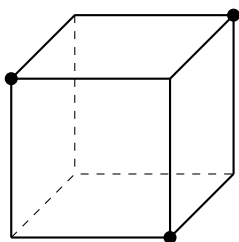
1. 同じ平面上 → 結ぶ！
2. 平行な面 → 平行な線を引く！
3. 結べない場合 → 辺を延長して交点探す！

例)

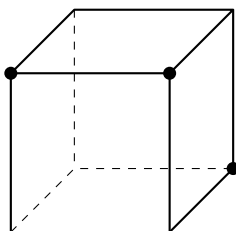


例題 13 次の図で、示された3つの点を通る平面で立方体を切断した。切り口はどんな図形になるか。

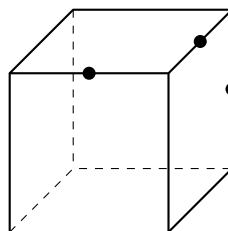
(1)



(2)



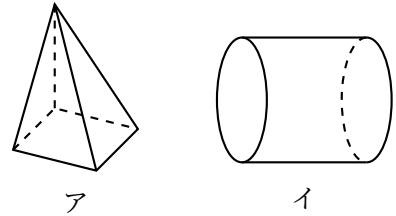
(3)



空間図形テスト対策

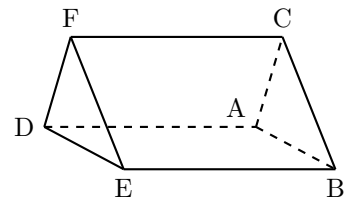
【1】 次の問いに答えよ。

(1) 右のア、イの立体図形の名称を答えなさい。



(2) 右の図の正三角柱について、次の条件を満たす辺や面をすべて求めなさい。

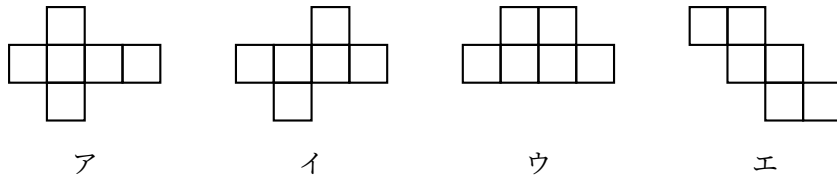
- (a) 辺 AB とねじれの位置にある辺
- (b) 面 ADFC と垂直に交わる面
- (c) 面 ABC と面 DEF の距離を示す辺



(3) 空間内において、「平面がただ1つに決まる条件」として正しくないものを、次のア～ウの中から1つ選び、記号で答えなさい。

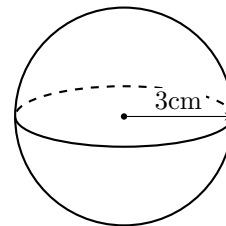
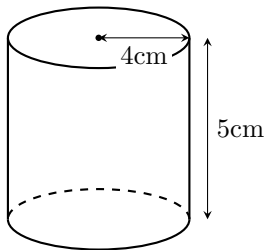
- ア. 1つの直線上にある3点 イ. 交わる2つの直線 ウ. 平行な2つの直線

(4) 次のア～エの展開図の中で、組み立てても立方体にならないものを1つ選び、記号で答えなさい。

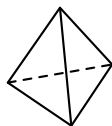


(5) 次の (a)、(b) の立体の、体積と表面積をそれぞれ求めなさい。ただし、円周率は π とする。

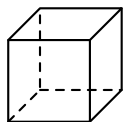
- (a) 底面の半径が 4cm、高さが 5cm の円柱 (b) 半径が 3cm の球



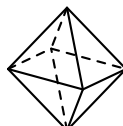
【2】空間図形において、すべての面が合同な正多角形で、どの頂点にも同じ数の面が集まっている多面体を正多面体といい、次の5つしか存在しない。これについて、以下の問いに答えなさい。



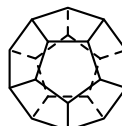
正四面体



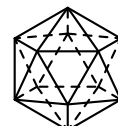
正六面体(立方体)



正八面体



正十二面体



正二十面体

(1) 正八面体の「面の形」「辺の数」「頂点の数」をそれぞれ答えなさい。

(2) 闇タケノコさんが調べ学習でオイラーの多面体定理というものを知った。これは多面体に対し、面の数・辺の数・頂点の数に次のような関係性が存在するというものである。

オイラーの多面体定理

$$(\text{頂点の数}) - (\text{辺の数}) + (\text{面の数}) = 2$$

闇タケノコさんは、正二十面体の頂点の数を求める方法を以下のように考えた。

文章を読み、【ア】～【エ】に入る数字をそれぞれ答えなさい。

闇タケノコの考え

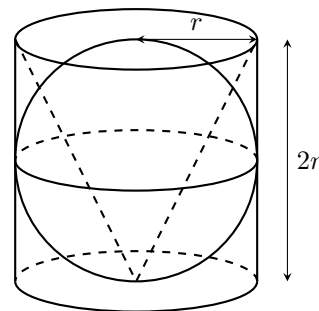
頂点の数を求めるためには、オイラーの多面体定理より面の数と辺の数が分かればよい。

まず、正二十面体の面は【ア】個存在する。

一方1つの面に注目すると、面の形は正三角形なので辺は3つ。ただし、1つの辺に注目すると、立体において1つの辺は【イ】つの面で共有されている。だから、辺の数を求める計算式は【ア】 \times 3 \div 【イ】となり、正二十面体の辺の数は【ウ】本だとわかる。この結果とオイラーの多面体定理より、頂点の数は【エ】個となる。

【3】右の図のように、底面の半径が r 、高さが $2r$ の円柱の中に、半径 r の球と、底面の半径が r で高さが $2r$ の円錐がぴったりと入っている。

このとき、球、円錐、円柱の体積の比をもっとも簡単な整数の比で答えなさい。(球：円錐：円柱の形で答えること)



第7章 データの活用

7-1 度数分布表

度数分布表：データを整理した表

階級：データを区切った区間（例：2km 以上 3km 未満など）

階級の幅：区間の幅のこと

度数：各階級に含まれるデータの個数

範囲（レンジ）：データの最大値から最小値を引いた値

相対度数：全体に対するその階級の割合。 $\frac{\text{その階級の度数}}{\text{度数の合計}}$ で求める

累積度数：最初の階級からその階級までの度数の合計

累積相対度数：その階級までの相対度数の合計

例) 闇タケノコが1ヶ月間（30日間）、1日に走った距離 (km)

2.5, 4.1, 3.3, 5.8, 4.6, 3.8, 2.1, 4.4, 3.9, 5.2, 4.0, 3.5, 4.8, 2.9, 5.1
4.2, 3.1, 4.5, 3.7, 4.9, 3.0, 5.5, 4.3, 3.6, 2.4, 4.7, 5.0, 4.1, 3.4, 4.3

| 階級 (km) | 度数 (日) | 相対度数 | 累積度数 (日) | 累積相対度数 |
|-----------|--------|------|----------|--------|
| 2以上 ~ 3未満 | 3 | 0.10 | 3 | 0.10 |
| 3 ~ 4 | 9 | 0.30 | 12 | 0.40 |
| 4 ~ 5 | 12 | 0.40 | 24 | 0.80 |
| 5 ~ 6 | 6 | 0.20 | 30 | 1.00 |
| 計 | 30 | 1.00 | — | — |

例題1 下のデータは、生徒20人のハンドボール投げの記録である。次の問いに答えなさい。

18, 22, 15, 28, 21, 19, 24, 20, 16, 25
23, 17, 22, 26, 21, 20, 19, 22, 24, 18

(1) データの範囲を求めなさい。

(2) 右の度数分布表を完成させなさい。

(3) 20m 以上 24m 未満の階級の相対度数を求めなさい。

(4) 24m 未満の累積相対度数を求めなさい。

| 階級 (m) | 度数 (人) | 相対度数 |
|-------------|--------|------|
| 12以上 ~ 16未満 | | |
| 16 ~ 20 | | |
| 20 ~ 24 | | |
| 24 ~ 28 | | |
| 28 ~ 32 | | |
| 計 | 20 | |

7-2 ヒストグラム

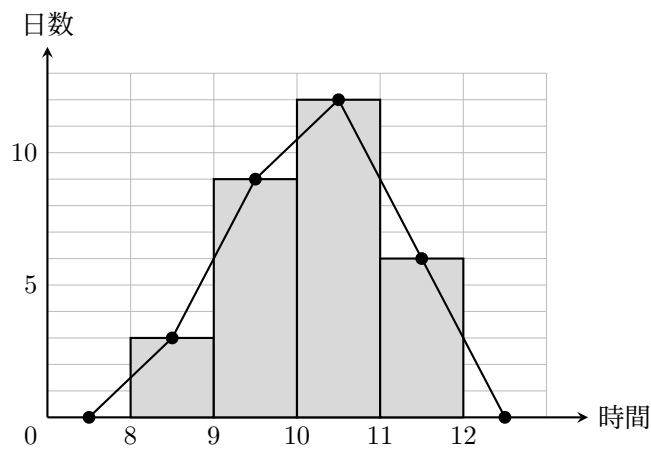
ヒストグラム：データの数を棒グラフ状に表したもの

度数折れ線：ヒストグラムの上辺の中点を直線で結んだもの

(グラフの両端は度数0の階級があると仮定して結ぶ)

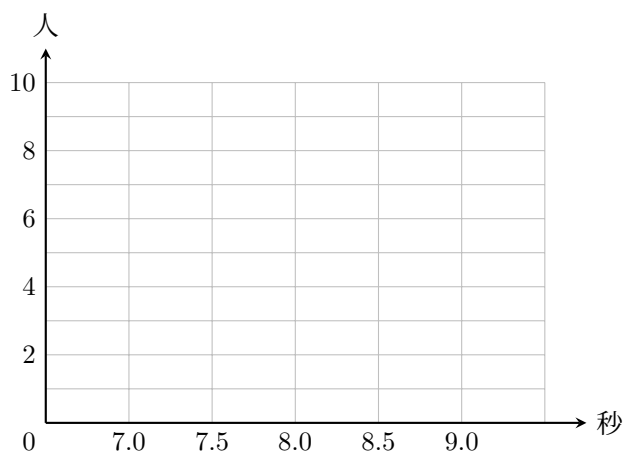
例) 聞タケノコが1ヶ月間(30日間)、1日に動画編集に費やした時間

| | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| 10.5, | 9.2, | 11.4, | 8.5, | 10.1, | 9.8, | 10.9, | 11.2, | 9.5, | 10.3, |
| 8.1, | 10.8, | 9.9, | 10.6, | 11.8, | 9.0, | 10.4, | 9.7, | 10.2, | 11.5, |
| 8.8, | 10.7, | 9.3, | 10.0, | 11.0, | 9.6, | 10.8, | 9.9, | 11.7, | 10.9 |



例題2 右の表は、生徒20人の50m走の記録をまとめたものである。解答欄にヒストグラムと度数折れ線をかきなさい。

| 階級 (秒) | 度数 (人) |
|----------------|--------|
| 7.0以上 ~ 7.5 未満 | 4 |
| 7.5 ~ 8.0 | 9 |
| 8.0 ~ 8.5 | 5 |
| 8.5 ~ 9.0 | 2 |
| 計 | 20 |



7-3 平均値・中央値・最頻値

・平均値

$$\text{平均} = \frac{\text{合計}}{\text{個数}} = \text{基準} + (\text{基準との違いの平均})$$

度数分布表には元の正確なデータがないため、階級の真ん中の値（階級値）を使う。

$$\text{平均値} = \frac{(\text{階級値} \times \text{度数}) \text{の合計}}{\text{度数の合計}}$$

中央値：データを大きさの順に並べたとき中央にくる値

最頻値：データの中で、最も多く出てくる値

(度数分布表では、度数が最も大きい階級の階級値)

・中央値の求め方

データが奇数個（5個）の場合

3, 5, 6, 8, 8

中央値：真ん中のデータなので 6

データが偶数個（6個）の場合

3, 4, 4, 6, 7, 9

中央値：真ん中 2 つの平均なので $\frac{4+6}{2} = 5$

例題 3 下のデータは、やみたけ中学の生徒 20 人の数学のテストの点数である。

52, 68, 74, 85, 91, 48, 77, 62, 88, 79
65, 59, 81, 73, 69, 95, 82, 71, 66, 75

(1) 下の度数分布表を完成させなさい。

(2) 上の 20 個のデータから平均値・中央値・最頻値を求めなさい。

(3) 下の度数分布表から平均値・中央値・最頻値を求めなさい。

| 階級 (点) | 階級値 (点) | 度数 (人) | 階級値 × 度数 |
|--------------|---------|--------|----------|
| 40以上 ~ 50 未満 | 45 | | |
| 50 ~ 60 | 55 | | |
| 60 ~ 70 | 65 | | |
| 70 ~ 80 | 75 | | |
| 80 ~ 90 | 85 | | |
| 90 ~ 100 | 95 | | |
| 計 | — | 20 | |

7-4 統計的確率

確率：ある事柄が起こる程度を表す数値

統計的確率：実験を繰り返して得られる確率

同様に確からしい：どの結果が起こることも同じ程度に期待できること

例) コインを投げるのを繰り返して、表の出た回数を数える

| 投げた回数 | 表の回数 | 相対度数 |
|-------|------|-------|
| 200 | 108 | 0.540 |
| 400 | 194 | 0.485 |
| 600 | 305 | 0.508 |
| 800 | 403 | 0.504 |
| 1000 | 501 | 0.501 |

→ 投げる回数を増やすと、表が出る相対度数は **0.50** に近づいていく。

例題 4 右の表は、あるサイコロを繰り返し投げ、1の目が出た回数を調べたものである。次の問いに答えなさい。

| 投げた回数 | 1の目が出た回数 | 相対度数 |
|-------|----------|-------|
| 500 | 78 | 0.156 |
| 1000 | 172 | 0.172 |
| 1500 | 245 | |
| 2000 | 331 | 0.166 |
| 2500 | 418 | 0.167 |

(1) 投げた回数が1500回のときの相対度数を四捨五入して小数第3位まで求めなさい。

(2) この実験の結果から言えることとして、正しいものを次のア～ウの中からすべて選び、記号で答えなさい。

- ア 投げる回数を増やすと、相対度数はある一定の値に近づいていく。
- イ 3000回投げたとき、1の目は必ず500回出る。
- ウ このサイコロで1の目が出る確率は、およそ0.17であると考えられる。

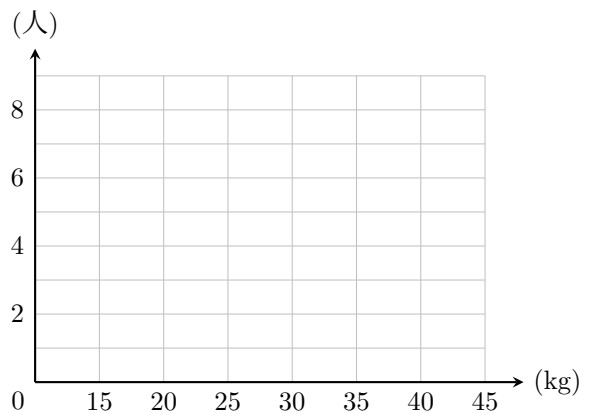
データの活用 テスト対策

【1】 次のデータは、あるクラスの生徒 25 人の握力を測定した記録 (kg) である。下の問いに答えなさい。

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 18 | 22 | 31 | 26 | 19 | 24 | 35 | 28 | 21 | 25 | 17 | 29 | 32 |
| 23 | 27 | 20 | 30 | 24 | 26 | 22 | 36 | 19 | 25 | 28 | 23 | |

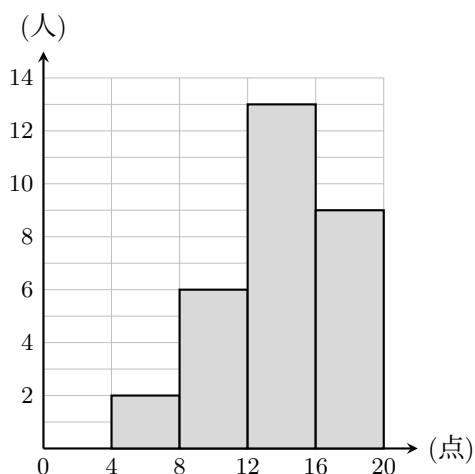
- (1) 左下の度数分布表を完成させなさい。
- (2) 右下の図にヒストグラム (柱状グラフ) と度数折れ線をかきなさい。
- (3) 握力が 25kg 未満の生徒は、全体の何 % か。
- (4) 上の 25 個のデータから、平均値と中央値をそれぞれ求めなさい。
- (5) 完成させた度数分布表から、中央値が含まれる階級を答えなさい。

| 階級 (kg) | 度数 (人) | 相対度数 | 累積相対度数 |
|-------------|-----------|-------------|--------|
| 15以上 ~ 20未満 | | | |
| 20 ~ 25 | | | |
| 25 ~ 30 | | | |
| 30 ~ 35 | | | |
| 35 ~ 40 | | | |
| 計 | 25 | 1.00 | |

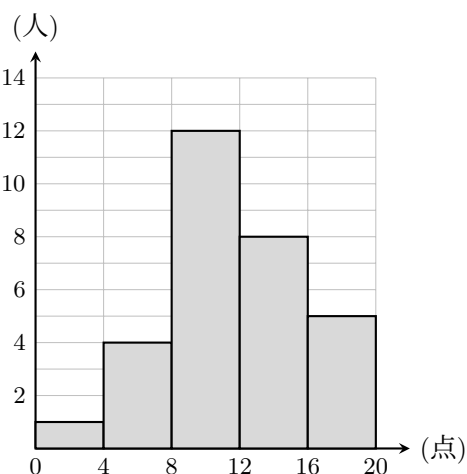


【2】 下の図は、ある中学校の A 組と B 組（それぞれ 30 人）で行った 20 点満点の数学の小テストの結果を、ヒストグラムに表したものである。この 2 つのヒストグラムから読み取れることとして正しいものを、下のア～オの中からすべて選び、記号で答えなさい。

A 組の小テストの得点



B 組の小テストの得点



- ア A 組の最頻値（モード）は、14 点である。
- イ B 組のデータの範囲（レンジ）は、16 点である。
- ウ 中央値が含まれる階級は、A 組の方が B 組よりも大きい。
- エ 12 点以上の生徒の割合は、A 組より B 組の方が大きい。
- オ ヒストグラムの山の位置から、平均値は B 組よりも A 組の方が高いと予想できる。

【3】 ある 5 人のグループで小テストを行った。その結果、5 人の得点の平均値は 68 点、中央値は 65 点と発表された。しかし後になって、先生が 1 人の生徒の得点を間違えて入力していたことが判明した。本当は「82 点」だったところを、誤って「92 点」として計算してしまっていた。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 間違いを修正したあとの正しい平均値を求めなさい。

(2) 間違いを修正すると、中央値は発表されていた「65 点」からどのようなになるか。次のア～ウの中から最も適切なものを 1 つ選び、記号で答えなさい。

- ア：大きくなる
- イ：小さくなる
- ウ：変わらない